

---

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b> .....	1
1.1	Preliminari .....	2
1.1.1	Proposizioni e formule .....	2
1.1.2	Dimostrabilità e refutabilità delle proposizioni .....	5
1.1.3	Soddisfacibilità e refutabilità delle formule logiche .....	9
1.1.4	Formule logiche e proposizioni logiche .....	12
1.2	Problemi sulla dimostrabilità e sulla refutabilità .....	14
1.2.1	Dimostrabilità logica .....	14
1.2.2	Dimostrabilità analitica .....	17
1.2.3	Quadrati aristotelici della dimostrabilità e della refutabilità ..	19
1.2.4	Dimostrazioni logiche analitiche e sintetiche, regole di trasformazione delle dimostrazioni .....	22
1.3	Problemi sulle formule logiche e sugli insiemi di formule logiche ..	25
1.3.1	Soddisfacibilità e soddisfacibilità linguistica .....	25
1.3.2	Quadrato aristotelico della soddisfacibilità e della falsificabilità .....	27
1.3.3	Quadrato aristotelico della compatibilità e della separabilità .....	29
1.3.4	Compattezza .....	31
<b>2</b>	<b>Alcune nozioni preliminari</b> .....	37
2.1	Relazioni d'ordine, alberi .....	38
2.2	Definizioni induttive .....	41
2.3	Dimostrazioni per induzione .....	44
2.3.1	Dimostrazione per induzione e definizioni induttive .....	44
2.3.2	Dimostrazione per induzione ed ordine lessicografico .....	45
2.4	Assioma di scelta e lemma di König .....	46
<b>3</b>	<b>Dimostrabilità e soddisfacibilità</b> .....	49
3.1	Linguaggio formale del primo ordine .....	50
3.1.1	Alfabeto .....	50

3.1.2	Termini .....	54
3.1.3	Formule .....	56
3.1.4	Sequenti .....	63
3.1.5	Osservazioni conclusive sui linguaggi formali del primo ordine .....	63
3.2	Strutture per un linguaggio del primo ordine .....	64
3.2.1	Strutture, termini e formule a parametri in una struttura ....	65
3.2.2	Valutazione di termini, formule e sequenti .....	67
3.3	Calcolo dei sequenti per la logica del primo ordine .....	70
3.3.1	Il calcolo dei sequenti $LK$ .....	70
3.3.1.1	Regole basilari o gruppo identità: assioma e taglio	71
3.3.1.2	Regole strutturali: contrazione (contraction) ed indebolimento (weakening) .....	71
3.3.1.3	Regole logiche .....	71
3.3.2	Sequenti derivabili e derivazioni .....	72
3.3.2.1	L'insieme dei sequenti derivabili logicamente da un insieme di formule .....	72
3.3.2.2	Derivazioni e analisi dei sequenti .....	73
3.3.3	Correttezza delle regole di $LK$ .....	75
3.3.4	Qualche proprietà delle regole di $LK$ e dei sequenti derivabili .....	76
3.4	Analisi canonica e teorema fondamentale .....	81
3.4.1	Costruzione dell'analisi canonica .....	83
3.4.1.1	Analisi canonica senza tagli .....	83
3.4.1.2	Analisi canonica con tagli .....	88
3.4.2	Proprietà dei rami scorretti dell'analisi canonica .....	94
3.4.3	Il teorema fondamentale dell'analisi canonica .....	100
3.5	Conseguenze del teorema fondamentale: teoremi di completezza, eliminabilità del taglio, compattezza, Löwenheim-Skolem .....	102
3.5.1	Teorema di completezza ed eliminabilità del taglio .....	102
3.5.2	Teorema di completezza forte .....	104
3.5.3	Teorema di compattezza .....	105
3.5.4	Teorema di Löwenheim-Skolem .....	106
<b>4</b>	<b>Verso la teoria della dimostrazione: il teorema di eliminazione del taglio per <math>LK</math></b> .....	<b>109</b>
4.1	Eliminazione del taglio .....	110
4.1.1	Primo passo: definizione di $\mathcal{I}$ .....	113
4.1.2	Secondo passo: definizione di $\mathcal{I}_{glob}$ e prima strategia dimostrativa .....	125
4.1.3	Terzo passo: definizione di $\mathcal{I}_{rev}$ e seconda strategia dimostrativa .....	128
4.1.4	Cenni sulla complessità della procedura di eliminazione del taglio .....	133

4.2	Qualche conseguenza immediata del teorema di eliminazione del taglio .....	134
<b>5</b>	<b>Verso la teoria dei modelli: alcune conseguenze del teorema di compattezza .....</b>	<b>137</b>
5.1	Dimostrazione del teorema di compattezza per linguaggi di cardinalità qualsiasi .....	138
5.2	Linguaggi con uguaglianza .....	144
5.2.1	Il teorema di compattezza per i linguaggi con uguaglianza ..	146
5.2.2	Correttezza e completezza per i linguaggi con uguaglianza ..	147
5.2.3	Il teorema di Löwenheim-Skolem per i linguaggi con uguaglianza (numerabili) .....	148
5.3	Limiti espressivi del linguaggio del primo ordine .....	149
5.4	Equivalenza elementare, sottostrutture, sottostrutture elementari ...	154
5.4.1	Isomorfismo ed equivalenza elementare .....	154
5.4.2	La nozione di sottostruttura .....	155
5.4.3	Sottostrutture elementari e diagrammi .....	157
5.5	I teoremi di preservazione .....	162
5.6	Generalizzazioni del teorema di Löwenheim-Skolem .....	169
5.7	Completezza di una teoria .....	172
	<b>Riferimenti bibliografici .....</b>	<b>179</b>
	<b>Indice analitico .....</b>	<b>181</b>



<http://www.springer.com/978-88-470-5537-7>

Logica

Volume 1 - Dimostrazioni e modelli al primo ordine

Abrusci, V.M.; Tortora de Falco, L.

2014, IX, 190 pagg., Softcover

ISBN: 978-88-470-5537-7