
Sumário

Dedicatória	V
Prefácio	VII
Introdução.....	IX
Cálculo numérico e Cálculo simbólico	1
Equação $ax = b$. Tentemos resolvê-la	2
Equação $ax = b$. Atenção aos erros	3
Equação $ax = b$. Manipulemos os símbolos	4
<i>Exercícios</i>	6

Parte I

1 Sistemas lineares e matrizes	9
1.1 Exemplos de Sistemas Lineares	10
1.2 Vetores e matrizes	14
1.3 Sistemas lineares genéricos e matrizes associadas	16
1.4 Formalismo $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$	21
<i>Exercícios</i>	23
2 Operações com matrizes	25
2.1 Soma e produto por um número	26
2.2 Produto linha por coluna	27
2.3 Quanto custa multiplicar duas matrizes?	35
2.4 Algumas propriedades do produto de matrizes.....	36
2.5 Inversa de uma matriz	39
<i>Exercícios</i>	45

3 Solução dos Sistemas Lineares	49
3.1 Matrizes elementares	50
3.2 Sistemas lineares quadrados, o método de Gauss	56
3.3 Cálculo efetivo da inversa	61
3.4 Quanto custa o método de Gauss?	64
3.5 Decomposição LU	68
3.6 Método de Gauss para sistemas gerais	70
3.7 Determinantes	73
<i>Exercícios</i>	76
4 Sistema de coordenadas	79
4.1 Escalares e Vetores	80
4.2 Coordenadas cartesianas	81
4.3 A regra do paralelogramo	86
4.4 Sistemas ortogonais, áreas, determinantes	88
4.5 Ângulos, módulos, produtos escalares	89
4.6 Produtos escalares e determinantes em geral	94
4.7 Mudança de coordenadas	98
4.8 Espaços vetoriais e bases	100
<i>Exercícios</i>	105

Parte II

5 Formas quadráticas	109
5.1 Equações de segundo grau	110
5.2 Operações elementares sobre matrizes simétricas	115
5.3 Formas quadráticas, funções e positividade	121
5.4 Decomposição de Cholesky	125
<i>Exercícios</i>	129
6 Ortogonalidade e ortonormalidade	131
6.1 Uplas ortonormais e matrizes ortonormais	132
6.2 Rotações	133
6.3 Subespaços, independência linear, posto, dimensão	135
6.4 Bases ortonormais e Gram-Schmidt	139
6.5 Decomposição QR	143
<i>Exercícios</i>	145
7 Projetores, pseudoinversa, mínimos quadrados	147
7.1 Matrizes e transformações lineares	148
7.2 Projetores	152
7.3 Mínimos quadrados e pseudoinversas	156
<i>Exercícios</i>	162

8 Endomorfismos e diagonalização	165
8.1 Um exemplo de transformação linear plana	167
8.2 Autovalores, autovetores, autoespaços, semelhança	168
8.3 Potência de matrizes	171
8.4 Os coelhos de Fibonacci	173
8.5 Sistemas diferenciais	176
8.6 Diagonabilidade das matrizes simétricas reais	178
<i>Exercícios</i>	184

Parte III

Apêndice	189
Conclusão?	203
Índice Remissivo	207

*no mundo existem dois grupos de pessoas,
aqueles que pensam que a matemática seja inútil,
e aqueles que pensam*

Índice Remissivo

- álgebra, 4, 80, 81, 87, 101, 115
 - computacional, 5, 106
 - linear, VII, IX, XI, 106, 110, 111, 149, 170, 186
 - teorema fundamental, 178
- área, 17, 88, 89, 134
- ângulo, 89, 91, 92, 134, 168
- CoCoA, IX, XI, 106, 189, 193, 196, 197, 201, 205
- 9 Outubro, XIII, 205
- sistema
 - de geradores, 157
- abscissa, 13, 83
- agricultor, IX, 131, 147
- algoritmo, IX, 2, 70
- alicerce formal, X
- anel, 39
- aproximação, 3, 66, 67, 161
- arredondamento, 67
- autoespaço, XII, 168, 175, 178, 179, 182, 196
- autor, X
 - anônimo, X, 131, 133
 - desconhecido, 165
- autovalor, XII, 46, 168–171, 174, 179, 183, 196
- autovetor, XII, 168, 169, 179, 196
- bailarino, IX
- base, XII, 100–102, 113, 119, 121, 132, 135–138, 149–151, 154, 155, 166–168, 170, 179, 196
- canônica, 101–103, 112, 115, 133, 148, 150, 151, 171
- mudança, 98, 115, 123, 169
- ortogonal, XII, 132, 135, 142
- ortonormal, XII, 132, 133, 135, 139–141, 148, 152–154, 157, 165, 168, 179, 180
- bilinearidade, 94
- Binet, 96
- cálculo, X, 1–3, 39, 51, 61, 64, 66, 95, 121, 142, 159, 166, 174, 175, 192
 - artifício, 123
 - efetivo, 35, 61
 - experimento, 12
 - numérico, 1, 3
 - simbólico, X, XI, 1, 5
- calculadora
 - máquina, 3, 190, 193
- característica, 137
- Cauchy-Schwarz, 94
- Chesterton, 173
- Cholesky, 193
- circunferência, 109
- classificação, 133, 134
- coelhos, 167, 173

- combinação linear, 100, 101, 103, 136, 140, 148, 149, 156, 160
 complexidade, 35
 componente, 15, 87, 94, 101, 112
 computacional
 custo, XI
 computador, X, XII, 25, 46, 66, 70, 106, 189, 190, 201, 202
 constante, 69, 96, 100, 111, 176
 coordenadas, 94
 corpo
 números complexos, 39, 122, 127
 números racionais, 39
 números reais, 39, 112
 numérico, 39, 72, 96, 112, 158
 ordenado, 122, 127
 correspondência biunívoca, 85, 95
 cristais, 147
 custo
 computacional, 35, 64, 66, 95, 166
 médio, 27
 total, 11
 unitário, 11, 35

 dado inicial, 14, 174, 176
 data de nascimento, 205
 decomposição
 LU , 68, 69
 MN^{tr} , 158, 159
 $P^{-1}\Delta P$, 166, 171
 QR , 143, 144, 153
 de Cholesky, 125–127, 144, 193, 195
 definições, X
 demonstração, X, XII, 59, 96, 115, 116, 127, 141, 155, 159
 por absurdo, 59
 derivada, 14, 176
 determinante, 73, 74, 88, 89, 94, 95, 124, 134, 136, 170, 180, 202
 diagonal principal, 32, 56, 58, 60, 64, 116
 diagonalizável, 178, 179
 diagonalizar, 173, 177, 181, 183, 197
 dieta, 12

 dimensão, 131, 135, 137, 152, 171, 179
 direção, 80, 82, 90, 167
 distância, 3, 90, 115, 131, 156, 163
 distributiva, 38

 Einstein, 90
 eixo, 83, 84, 88, 167
 abscissa, 83
 ordenadas, 83
 eixos ortogonais, 13, 88, 92, 109, 131, 134, 140
 elo, X
 endomorfismo, 168, 169
 entrada, 27, 32, 41, 59, 87, 96, 110, 120, 132, 197
 genérica, 20
 racional, 20, 97
 real, 88, 127
 equação, 2–4, 10, 13, 16, 18, 21, 50, 51, 56, 64, 65, 67, 71, 175, 182
 diferencial, 176
 escalar, 176
 linear, 17
 matricial, 45, 61, 176
 polinomial, 109
 segundo grau, 110
 erro, 3, 6
 escalar, 27, 80
 espaço vetorial, XII, 100, 135, 155, 165, 169
 estrutura formal, XII, 93

 fórmula, 23, 26, 38, 74, 90, 92, 93, 103, 105, 111, 113, 123, 128, 134, 140, 143, 150–152, 154, 156, 157, 160, 166, 169, 172, 174, 175, 181, 183
 Faculdade de Ciências, VII
 fatorial, 95, 96
 Fibonacci, 173
 forma
 LU , 68, 165
 MN^{tr} , 158
 QR , 143, 165

- bilinear, 131
 - canônica, 121
 - definida positiva, 123, 131
 - diagonal, 126, 128
 - linear, 111
 - polar, 131
 - quadrática, XI, 111–113, 115, 118, 121–125, 165
 - semidefinida positiva, 123, 125
 - triangular, 60, 64, 96
- formalismo, 21, 22, 50, 55
- fotógrafo, IX, 161
- fração, 1, 3, 67
- frases de auto-referência, aforismos, piadas, citações, palíndromos, ..., V, VII–XIII, 1, 9, 25, 47, 49, 79, 106, 109, 131, 133, 147, 152, 156, 161, 165, 173, 183, 189, 202, 203, 205
- função, 66, 73, 91–93, 110, 121, 131, 148, 151, 152, 167, 176, 192, 195, 197, 201
 - determinante, 74, 96
 - linear, 149
 - permutação, 95
- Gênova, XI, 35, 189
- Gauss, 56, 64, 66, 70
- genérico, 114
- genovês, 50, 64
- geometria, IX, 80, 81, 87, 101, 111, 115, 134, 136, 141, 161, 165, 167
 - analítica, 10, 13
- grafo, 25, 31, 33, 34, 41, 42, 44
 - pesado, 25, 31
- Gram-Schmidt, 132, 139, 142, 143, 148, 182
- grandeza
 - escalar, 80
 - ordem, 65
 - ordem de, 66
 - vetorial, 80
- Hofstadter, X
- homogêneo, 15, 110, 111, 150
 - sistema linear, 17, 135, 136, 170, 178, 180–182
- idempotente, 155
- imagem, 150
- incógnita, X, 2, 11, 14, 16–18, 21, 44, 50, 52, 60, 61, 72, 170
- indeterminada, 17
- infinito, 12, 60, 71, 121, 135
 - ciclo, 2
- informática, VII, 35
- internet, XII
- interruptor, 40, 41, 43, 44
- interseção, 10, 13
- invariante, VII, 11, 90, 95, 165, 170
- inverso, 4, 39, 166
- Jordan, 203
- lâmpada, 41, 43
- leitor, X, XI, XIII, 1, 30, 34, 38, 39, 50, 66, 80, 89, 95, 100, 106, 110, 114, 121, 124, 128, 131, 135, 141, 147, 151, 155, 159, 166, 171, 174, 178, 189, 193, 201
- lentos, 147
- Liber Abaci, 173
- linear
 - dependência, 131
 - independência, 135
- linguagem, IX, 19, 118, 190, 194, 197
 - comum, 80
- loteria
 - bilhete, 15
- lua, VII, VIII, 3
- mínima distância, 156, 157, 160, 161
- mínimos quadrados, XI, 147, 156, 157, 160, 165
- módulo, 80
- matemática, VII, IX, X, 4, 16, 20, 56, 66, 110, 149, 165, 169, 175, 178, 203
 - arte, 79
 - audácia, 86
 - biblioteca, XII

- conceito fundamental, 81
- construção, 95
- curiosidade, 30, 127
- doença, 43
- ferramenta, 135
- formalização, 30
- jóia, 124, 155
- linguagem, 40
- progresso, 85
- sutileza, 110, 112
- matemático, 25
 - âmbito, 133
 - conceito, 94, 168
 - fato, 170, 180
 - instrumento, 165
 - jargão, 178
 - modelo, XI, 10, 12, 17, 28, 42, 43, 85, 109, 173, 176
 - modo, 127, 152
 - objeto, 14, 25, 32, 79, 110
 - raciocínio, 91, 100
 - trabalho, 152
- matemáticos, VIII–X, XII, 20, 21, 31, 37, 39, 41, 50, 59, 75, 81, 90, 100, 111, 115, 120, 128, 135, 136, 141, 144, 149, 153, 158, 173, 183
- matriz, XI, 9, 14, 15, 25, 35, 111, 165
 - característica, 137, 201
 - coluna, 16, 21, 28, 30, 44, 85, 99
 - completa, 19
 - congruente, 181
 - da forma quadrática, 112, 113
 - definida positiva, 124, 125, 127
 - diagonal, 33, 118, 119, 122, 124, 125, 128, 132, 166, 167, 175, 197, 203
 - diagonalizável, 178, 180
 - dos coeficientes, 49
 - elementar, 50, 53, 54, 59, 69, 115, 116, 193
 - entrada, 19
 - forma canônica, 120
 - genérica, 20
 - idêntica, 38
 - idempotente, 155
 - identidade, 38, 53, 54, 114
 - incompleta, 19, 21
 - inversa, 39, 44, 61, 73
 - invertível, 59, 102
 - linha, 16, 85
 - menor, 124, 137
 - menor principal, 124
 - nilpotente, 37
 - nula, 26, 59
 - operação
 - elementar, 53
 - ortogonal, 131, 132
 - ortonormal, 131–134, 143, 152
 - positiva definida, 193
 - posto, 131, 135, 137, 143, 158
 - posto máximo, 137
 - potência, 171, 196
 - produto
 - linha por coluna, 21, 22, 30, 36, 37, 42
 - por um número, 27
 - pseudoinversa, XII, 156, 158, 159
 - quadrada, 20, 32, 56, 68, 70, 74, 88, 89, 95, 165, 169
 - semelhante, 169, 170
 - semidefinida positiva, 123, 155, 183
 - simétrica, XII, 32, 33, 42, 112, 115, 117, 123, 155, 165, 178, 179, 181, 193, 203
 - soma, 26
 - submatriz, 124, 136, 137, 155, 157, 159
 - tipo, 20, 137
 - transposta, 32, 125
 - transformação elementar, 52
 - triangular, 56, 60, 64, 68, 69, 96, 126, 143
- medida
 - unidade de, 15, 79, 82, 139
- menor, 124, 137
- Moore-Penrose, 158
- motor de pesquisa, 205
- Mullah Nasrudin, VII

- multiplicidade, 171, 178–180
- núcleo, 150
- número, VII, IX, XII, 1, 11, 26, 30, 40, 52, 57, 66, 69, 74, 80, 85, 89, 109, 134, 136, 137, 166, 168, 172, 174
 - aproximado, 67
 - complexo, 122
 - decimal, 2
 - exato, 2, 3
 - inteiro, 39, 67, 198
 - natural, 4, 12, 86, 95
 - negativo, 119, 122, 134
 - positivo, 119, 120, 122, 134, 143, 193
 - racional, 2–4, 40, 67
 - real, 82, 85, 86, 121, 135
- notação, XII, 86, 98, 101, 176
 - abuso, 86
- nuvens, 203
- operação, 38, 40, 64, 65, 69, 95, 96, 110, 119, 121, 133, 143, 148, 166, 172
 - elementar, 35, 50, 53, 56, 61, 69, 73, 115, 118, 129, 138, 190
- oráculo, 73, 74, 114
- ordenada, 14, 83
- orientação, 82
- origem, 82, 86, 98, 139
- ortocentro, 131
- ortogonalidade, 93, 131, 132, 134, 140
- ortonormalidade, 132
- ortonormalização, 132, 142, 143
- ouro, 79
- output, 190, 192, 201
- página web, XI, 189, 195, 205
- palavra, 25, 39, 50, 79, 85, 134, 168
- parábola, 13
- parâmetro, 13, 14, 71, 72, 110
- paralelepípedo, 89
- paralelogramo, 86–88, 134
- permutação, 95
- Picasso, XI
- pivô, XI, 58, 62–64, 66–68, 116, 117, 128
- pixel, 109
- planeta, 95, 201
- plano, 10, 83–85, 88, 91, 98, 100, 101, 109, 131, 137, 139
 - coordenado, 84
 - de transporte, 10
- poderes paranormais, 106
- polinômio, 16, 110, 111, 121, 178
 - característico, 170, 172, 179, 201
 - caraterístico, 202
 - homogêneo, 111
- ponte, 13
- positividade, 94, 121, 123, 124, 127
- posto, 131, 135, 137, 143, 158, 165
 - máximo, 132, 137, 155, 159
- povoados, 27
- prata, 79
- preço de mercado, 27
- produto, 21, 26, 27, 36–38, 40, 43, 54, 55, 59, 61, 69, 95, 112, 115, 158
 - derivado, 95
 - escalar, 89, 93, 94, 131, 132, 140, 141
 - linha por coluna, 27, 29, 30, 33, 35–38, 42, 56, 99
- projeção, 91, 148
 - ortogonal, XI, 131, 141, 152, 154, 157, 159, 161
- projektor, XI, 152, 154, 155, 157, 159
- propriedade, XII, 26, 32, 36, 37, 39, 75, 91, 92, 94, 96, 102, 112, 121, 122, 128, 135, 143, 148, 149, 159, 167, 179, 203
 - associativa, 38
- pseudoinversa, 156, 158, 159
- raiz, 127, 128, 171
 - complexa, 178
 - quadrada, 120, 194
 - real, 170, 178, 179

- reação química, 11
- Real, 79
- recorrência linear, 174
- redução, 64
 - à forma triangular, 64
 - gaussiana, 56, 60, 115, 138
 - passo, 58, 60, 116
- regra, 26, 27, 53, 61, 79, 88, 89, 158
 - de reescritura, 4
 - do jogo, 190
 - do paralelogramo, 86, 87, 98
 - dos sinais, 134
- relógio de sol, V
- relação, 12, 94, 102, 111, 131, 133, 158, 168, 176
 - de congruência, 118, 165
 - de equipolência, 81, 90
 - de equivalência, 50, 81, 169
 - de recorrência, 186
 - de semelhança, 166, 169
- retângulo, 88, 91
- reta, 10, 81, 82, 85, 101, 111, 168
 - orientada, 82–84
- rotação, 133, 135, 168

- símbolo, IX, 1, 4, 15, 20, 29, 40, 74, 84, 87, 99, 158, 173, 189, 194, 195, 202
- sentido, 80, 82
- sequência, XIII, 15
- simetria, XII, 94, 115, 116
- sinal
 - positivo, 82
- sistema
 - de geradores, XII
 - elétrico, 43
 - binário, 202
 - de coordenadas, 82–85, 87–89, 98, 100, 109, 114, 131, 136, 139, 168
 - de geradores, 159
 - diferencial, 176
 - linear, X, 9, 10, 13, 14, 16, 18, 19, 22, 30, 44, 49, 52, 54, 55, 57, 59, 60, 62, 67, 68, 70, 71, 96, 113, 126, 158, 161, 165, 190
 - linear genérico, 17
 - linear homogêneo, 17, 135, 136, 170, 178, 180, 182
 - linear quadrado, 56, 60, 64
 - monométrico, 83
 - ortogonal, 88
 - polinomial, 109
- sol, VII, 3
- soma, 26, 38, 64, 69, 74, 87, 111
- subespaço vetorial, 131, 135, 138, 139, 157, 159, 161, 165, 168
- substituição retroativa, 56
- Sylvester, 124, 126, 193
 - Crítério de, 124
- temperatura, 15, 80
- teorema, IX, X
 - de Binet, 96
 - de Pitágoras, 90, 93
 - fundamental da Álgebra, 178
- termo, 185
 - a termo, 87
 - constante, 17, 19, 21, 52, 60, 111, 167
 - misto, 113, 114, 165
- terra, VIII, 3
- tipo, 20
- transformação, 4, 52
 - elementar, 52, 97, 128
 - linear, 147, 149, 151, 152, 165
- transporte, 9, 10

- unidade de medida, 15, 79, 82, 139

- valor, 4, 14, 64, 65, 71, 134
 - absoluto, 88, 89
 - não negativo, 122, 123
 - negativo, 122
 - nulo, 122
 - positivo, 122, 123
- variáveis, 112, 119, 125, 177
 - livres, 71, 139
 - separadas, 177
- variável, 20, 110, 190
- velocidade, 14, 79, 80

- verso, V
- versor, 82, 90, 139, 140, 168
- vetor, 9, 14–16, 19, 28, 80, 88, 89, 101, 135, 137, 140, 146, 148, 150, 156, 161, 165, 170
 - aplicado, 81, 84, 86
 - componente, 15, 87, 94, 112, 150
 - comprimento, 115, 131
 - genérico, 112, 122, 123
 - livre, 81, 82, 84
 - módulo, 82, 89, 90, 115, 143
 - unitário, 82, 98, 101
- vetores, 79, 86, 114
 - ângulo entre, 90, 94
 - ortogonalidade, 93
 - linearmente dependentes, 138
 - linearmente independentes, 135, 136, 140, 142, 143, 170
 - ortogonalidade, 94
- vinícola, 26
- Zen, 25

Final da Impressão: Maio de 2011



<http://www.springer.com/978-88-470-1886-0>

Álgebra Linear

Para todos

Robbiano, L.

2011, XVII, 213 p., Softcover

ISBN: 978-88-470-1886-0