

# Inhaltsverzeichnis

|                                  |      |
|----------------------------------|------|
| Vorwort . . . . .                | v    |
| Symbole und Notationen . . . . . | xiii |

## 1 Einleitung und Grundlagen

|  |    |
|--|----|
| 1.1 Numerische Mathematik . . . . .          | 1  |
| 1.2 Lineare Algebra . . . . .                | 4  |
| 1.3 Vektornormen und Matrixnormen . . . . .  | 7  |
| 1.4 Konvexe Mengen und Funktionen . . . . .  | 10 |
| 1.5 Komplexität eines Algorithmus . . . . .  | 13 |
| 1.6 Genauigkeit einer Approximation. . . . . | 14 |

## 2 Nichtlineare Gleichungssysteme

|   |    |
|---|----|
| 2.1 Fixpunktiteration . . . . .         | 17 |
| 2.2 Banach'scher Fixpunktsatz . . . . . | 20 |
| 2.3 Newton-Verfahren. . . . .           | 27 |

## 3 Lineare Gleichungssysteme

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| 3.1 Dreiecksmatrizen . . . . . | 33 |
| 3.2 Gauß-Verfahren . . . . .   | 35 |
| 3.3 LU-Zerlegung . . . . .     | 39 |

|       |                                 |    |
|-------|---------------------------------|----|
| 3.4   | QR-Zerlegung . . . . .          | 45 |
| 3.5   | Cholesky-Zerlegung . . . . .    | 52 |
| 3.6   | Tridiagonalmatrizen . . . . .   | 56 |
| 3.7   | Iterative Verfahren . . . . .   | 58 |
| 3.7.1 | Jacobi-Verfahren . . . . .      | 60 |
| 3.7.2 | Gauß-Seidel-Verfahren . . . . . | 63 |
| 3.7.3 | Numerische Ergebnisse . . . . . | 65 |
| 3.8   | CG-Verfahren . . . . .          | 69 |
| 3.9   | Zusammenfassung . . . . .       | 75 |

## 4 Eigenwertprobleme

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 4.1 | Grundlagen . . . . .                           | 77  |
| 4.2 | Vektoriteration . . . . .                      | 81  |
| 4.3 | QR-Verfahren . . . . .                         | 83  |
| 4.4 | Hessenberg-Zerlegung . . . . .                 | 87  |
| 4.5 | QR-Zerlegung von Hessenberg-Matrizen . . . . . | 92  |
| 4.6 | QR-Verfahren mit Hessenberg-Matrizen . . . . . | 96  |
| 4.7 | QR-Verfahren mit Shifts . . . . .              | 98  |
| 4.8 | Anwendungsbeispiel Eigenfunktionen . . . . .   | 104 |

## 5 Singulärwertzerlegung

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 5.1 | Grundlagen . . . . .                           | 109 |
| 5.2 | Bidiagonalisierung . . . . .                   | 112 |
| 5.3 | Berechnung der Singulärwertzerlegung . . . . . | 118 |
| 5.4 | Anwendungsbeispiel Bildkompression . . . . .   | 121 |

## 6 Numerische Integration

|     |                                |     |
|-----|--------------------------------|-----|
| 6.1 | Polynominterpolation . . . . . | 125 |
| 6.2 | Polynomquadraturen . . . . .   | 129 |

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 6.3 | Zusammengesetzte Quadraturen . . . . . | 132 |
| 6.4 | Romberg-Verfahren . . . . .            | 135 |

## 7 Anfangswertprobleme

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 7.1 | Grundlagen . . . . .                                | 139 |
| 7.2 | Differenzialgleichungen höherer Ordnungen . . . . . | 142 |
| 7.3 | Lösbarkeit von Anfangswertproblemen . . . . .       | 146 |
| 7.4 | Exakte und diskrete Evolution . . . . .             | 148 |
| 7.5 | Euler-Verfahren . . . . .                           | 153 |
| 7.6 | Explizite Runge-Kutta-Verfahren . . . . .           | 156 |
| 7.7 | Adaptive Schrittweitensteuerung . . . . .           | 166 |
| 7.8 | Anwendungsbeispiele . . . . .                       | 173 |

## 8 Randwertprobleme

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 8.1   | Grundlagen . . . . .                               | 179 |
| 8.2   | Finite-Differenzen-Verfahren . . . . .             | 182 |
| 8.2.1 | Numerische Ableitungen . . . . .                   | 183 |
| 8.2.2 | Dirichlet-Randbedingungen . . . . .                | 184 |
| 8.2.3 | Neumann-Randbedingungen . . . . .                  | 190 |
| 8.2.4 | Robin-Randbedingungen . . . . .                    | 194 |
| 8.3   | Finite-Elemente-Verfahren . . . . .                | 197 |
| 8.3.1 | Triangulation von Gebieten . . . . .               | 197 |
| 8.3.2 | Herleitung der grundlegenden Gleichungen . . . . . | 199 |
| 8.3.3 | Dirichlet-Randbedingung . . . . .                  | 203 |
| 8.3.4 | Neumann-Randbedingung . . . . .                    | 208 |
| 8.3.5 | Robin-Randbedingung . . . . .                      | 212 |
| 8.4   | Delaunay-Triangulation . . . . .                   | 216 |

## 9 Diskrete Fourier-Transformation

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 9.1   | Diskrete Kosinustransformation . . . . .                   | 221 |
| 9.2   | Zweidimensionale diskrete Kosinustransformation . . . . .  | 229 |
| 9.3   | Diskrete Fourier-Transformation . . . . .                  | 232 |
| 9.3.1 | Komplexe diskrete Fourier-Transformation . . . . .         | 234 |
| 9.3.2 | Reelle diskrete Fourier-Transformation . . . . .           | 238 |
| 9.4   | Zweidimensionale diskrete Fourier-Transformation . . . . . | 243 |
|       | Literatur . . . . .  | 247 |
|       | Sachverzeichnis . . . . .                                  | 249 |



<http://www.springer.com/978-3-662-52939-3>

Numerik interaktiv

Grundlagen verstehen, Modelle erforschen und

Verfahren anwenden mit taramath

Scholz, D.

2016, XIV, 252 S. 64 Abb., 30 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-662-52939-3