
Vorwort

Alles was lediglich wahrscheinlich ist, ist wahrscheinlich falsch.
(René Descartes, 1596–1650)

Aktuare treffen, genauso wie Finanzmathematiker und Risikomanager, jeden Tag Einschätzungen über Risiken. Unter Risiken verstehen sie dabei Objekte, an denen sich zufällige Phänomene realisieren, und die sich somit einer sicheren Einschätzung entziehen. Dabei bedienen sich die Aktuare stochastischer Risikomodelle, um

- Erklärungsmuster für historische Beobachtungen der Risiken zu finden,
- Zukunftsvorhersagen bezüglich der Risiken zu treffen und
- die Genauigkeit der getroffenen Einschätzungen und Prognosen zu bewerten.

Stochastische Risikomodelle sind mithin ein Instrument, um die Einschätzung von Risiken zu objektivieren.

Risikomodelle werden in der Regel mit statistischen Methoden an Beobachtungsdaten angepasst. Aus einem Modell heraus getroffene Aussagen werden spätestens hierdurch zu Einschätzungen, die – um mit Descartes zu sprechen – lediglich „wahrscheinlich“ korrekt sind. Hier kann ein stochastisches Modell helfen, die Wahrscheinlichkeit zu quantifizieren, mit der eine gegebene Einschätzung falsch ist, und die Wahl einer geeigneten statistischen Methode zur Modellanpassung kann helfen, diese Wahrscheinlichkeit zu reduzieren. Stochastische Risikomodelle und statistische Methoden erlauben somit einen wissenschaftlich korrekten Umgang mit dem von Descartes aufgezeigten Dilemma. Allerdings: Risikomodelle sind künstlich – sie leben von den Annahmen, die ihnen zugrunde liegen. Für eine seriöse Modellbildung ist daher das Verständnis und die Validierung der Modellannahmen unverzichtbar, wie auch ein Überblick über mögliche alternative Modelle.

Das vorliegende Buch möchte daher die wichtigsten stochastischen Risikomodelle, die derzeit in der aktuariellen Praxis Anwendung finden, in einem Band zusammenfassen. Dabei wird Wert auf eine mathematisch fundierte, aber dennoch für Theoretiker und Praktiker gut verständliche und interessante Darstellung der Modelle mit ihren Eigenschaften und


Annahmen gelegt. Gleichzeitig werden die statistischen Methoden zur Modellanpassung bereitgestellt. Die behandelten Modelle und Methoden sind auch die Grundlage, auf denen zahlreiche Anwendungen in Finanzmathematik und quantitativem Risikomanagement aufbauen. Das Buch ist dazu wie folgt strukturiert:

- Kap. 1 stellt zunächst die Grundlagen zur **Quantifizierung und Bewertung von Risiken** dar. Die Modellierung von Risiken basiert auf den grundlegenden Konzepten von Zufallsvariablen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Risikomaßen sowie Modellen für die Abhängigkeitsstrukturen zwischen Zufallsvariablen (Korrelationen, Copulas, ...).
- Für die Modellbildung und -validierung finden in der Regel **Methoden der deskriptiven Statistik und der explorativen Datenanalyse** Anwendung, wie sie in Kap. 2 dargestellt werden. Hier spielen insbesondere grafische Verfahren eine herausragende Rolle.
- Die Anpassung von stochastischen Modellen an Beobachtungsdaten basiert in der Regel auf einer **Punktschätzung** für die Modellparameter. In Kap. 3 wird mit der Maximum-Likelihood-Schätzung das prominenteste Verfahren zur Punktschätzung behandelt, inklusive der zugehörigen Asymptotik und Konfidenzintervalle.
- **Hypothesentests** dienen der statistischen Überprüfung von Annahmen über einzelne oder mehrere Modellparameter vor dem Hintergrund von beobachteten Daten. In Kap. 4 werden mit dem Likelihood-Quotiententest eine der Standardmethoden zur Erzeugung von Testverfahren sowie wichtige verteilungsunabhängige Testverfahren dargestellt.
- Die Auswertung von Kenngrößen von Risikomodellen mit Methoden der Analysis stößt oftmals an ihre Grenzen. In diesen Fällen kann auf die **Simulationsverfahren** aus Kap. 5 zurückgegriffen werden.
- Kap. 6 ist der Modellierung von Risiken im Zeitverlauf gewidmet. Dabei werden die wichtigsten im aktuariellen Kontext relevanten **stochastischen Prozesse und Modelle** eingeführt (Markov-Ketten, Markov-Prozesse, stationäre Prozesse, kollektives Modell, ...) und ihre zeitliche Dynamik diskutiert.
- Kap. 7 beschäftigt sich mit **Modellen zur Gewinnung von biometrischen Rechnungsgrundlagen**. Diese bilden die Grundlage der Personenversicherungsmathematik. Dabei wird der gesamte Modellierungsprozess, ausgehend von der Bildung der Rohdatenbasis, über deren Glättung bis hin zur Überprüfung durch statistische Tests und Ergänzung von Sicherheiten durchlaufen.
- **Regressionsmodelle** gehören zwischenzeitlich zum Standardrepertoire insbesondere der Schadenversicherungsmathematik. In Kap. 8 wird neben klassischen linearen Regressionsmodellen auch die Klasse der verallgemeinerten linearen Modelle behandelt, welche eine sehr flexible Modellbildung erlauben.
- Abgerundet wird das vorliegende Buch mit einer Darstellung der wichtigsten **Credibility-Modelle** in Kap. 9. Diese finden dort Anwendung, wo keine „Massendaten“ vorliegen, die z. B. eine Behandlung mit Methoden der Regressionsanalyse erlauben, sondern Risiken mit sehr individuellen Risikomerkmale betrachtet werden.

Zahlreiche Beispiele sollen die Anwendung der dargestellten Konzepte in der aktuariellen Praxis illustrieren, wobei die Darstellung spartenübergreifend angelegt ist und auf Aspekte der Personenversicherung ebenso eingeht wie auf Aspekte der Sachversicherungs- und Finanzmathematik. Gezielte Anmerkungen zur Einordnung der behandelten Themengebiete in einen weiterführenden Kontext sowie ausgewählte Literaturreferenzen können dem Leser als Ausgangspunkt für eine vertiefende Spezialisierung dienen.

Das Buch kann als Begleittext zum Modul „Statistische Methoden und Risikotheorie“ der Aktuarausbildung der Deutschen Aktuarvereinigung e.V. verwendet werden. Es behandelt den ganzen derzeitigen Lehrplan für dieses Modul, enthält aber auch weiterführende Themen, die dem Leser zusätzliche Vertiefungsmöglichkeiten aufzeigen sollen.

Teile des vorliegenden Buches basieren auf einem Skript für die Ausbildungsveranstaltungen der Deutschen Aktuarakademie, welches die Autoren zusammen mit Dietmar Pfeifer und Gerald Sussmann erstellt haben. Ihnen sei an dieser Stelle herzlich für ihre Unterstützung gedankt.

Zur Erstellung vieler Abbildungen haben wir die statistische Programmierumgebung R (<http://cran.r-project.org>) eingesetzt. Die Quellcodes der Abbildungen, die mit  gekennzeichnet sind, wurden auf www.quantlet.de veröffentlicht. Die Umsetzung und Standardisierung erfolgte durch Prof. Härdle und seine Mitarbeiter vom Ladislaus von Bortkiewicz Chair of Statistics, denen wir herzlich für die Unterstützung danken.

Die in diesem Buch dargestellten Ideen spiegeln die persönliche Meinung der Autoren wider; diese muss nicht notwendigerweise der Meinung unserer Arbeitgeber entsprechen.

Berlin
Köln
Rosenheim
Stuttgart
Rosenheim
im November 2015

Torsten Becker
Richard Herrmann
Viktor Sandor
Dominik Schäfer
Ulrich Wellisch



<http://www.springer.com/978-3-662-49406-6>

Stochastische Risikomodellierung und statistische
Methoden

Ein anwendungsorientiertes Lehrbuch für Aktuare

Becker, T.; Herrmann, R.; Sandor, V.; Schäfer, D.;

Wellisch, U.

2016, XIV, 375 S. 65 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-49406-6