

---

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |    |
|----------|--|----|
| <b>1</b> | <b>Elementare Begriffe</b> . . . . .                             | 1  |
| 1.1      | Mengen . . . . .   | 1  |
| 1.2      | Mengenoperationen . . . . .                                      | 3  |
| 1.3      | Die Menge der reellen Zahlen . . . . .                           | 5  |
| 1.4      | Funktionen . . . . .   | 10 |
| 1.5      | Übungen . . . . .  | 16 |
| <b>2</b> | <b>Grenzwerte</b> . . . . .                                      | 19 |
| 2.1      | Grenzwerte von Folgen . . . . .                                  | 19 |
| 2.2      | Grenzwerte von Funktionen . . . . .                              | 21 |
| 2.3      | Übungen . . . . .  | 25 |
| <b>3</b> | <b>Differenzierbare Funktionen</b> . . . . .                     | 27 |
| 3.1      | Ableitung . . . . .  | 27 |
| 3.2      | Kritische Punkte . . . . .                                       | 30 |
| 3.3      | Mittelwertsatz . . . . .   | 32 |
| 3.4      | Weitere Ableitungen . . . . .                                    | 33 |
| 3.5      | Monotone Funktionen . . . . .                                    | 35 |
| 3.6      | Konvexität . . . . .   | 37 |
| 3.7      | Extremwertaufgaben . . . . .                                     | 40 |
| 3.8      | Newton-Verfahren . . . . .                                       | 41 |
| 3.9      | Taylor'sche Formel . . . . .                                     | 44 |
| 3.10     | Übungen . . . . .  | 46 |
| <b>4</b> | <b>Integralrechnung</b> . . . . .                                | 49 |
| 4.1      | Umkehrung der Differentiation . . . . .                          | 49 |
| 4.2      | Flächenproblem . . . . .   | 50 |
| 4.3      | Fundamentalsatz der Differenzial- und Integralrechnung . . . . . | 53 |
| 4.4      | Elementare Integrationsmethoden . . . . .                        | 55 |
| 4.5      | Numerische Integration . . . . .                                 | 59 |
| 4.6      | Anwendungen . . . . .  | 61 |
| 4.7      | Übungen . . . . .  | 65 |

---

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| <b>5</b>  | <b>Reihen</b> . . . . .                                    | 69  |
|           | 5.1 Konvergenz . . . . .                                   | 69  |
|           | 5.2 Konvergenztest . . . . .                               | 71  |
|           | 5.3 Rechenregeln für Reihen . . . . .                      | 77  |
|           | 5.4 Potenzreihen . . . . .                                 | 78  |
|           | 5.5 Übungen . . . . .                                      | 83  |
| <b>6</b>  | <b>Komplexe Zahlen</b> . . . . .                           | 85  |
|           | 6.1 Einführung . . . . .                                   | 85  |
|           | 6.2 Algebraische Operationen . . . . .                     | 86  |
|           | 6.3 Übungen . . . . .                                      | 95  |
| <b>7</b>  | <b>Fourier-Reihen</b> . . . . .                            | 97  |
|           | 7.1 Periodische Funktionen . . . . .                       | 97  |
|           | 7.2 Trigonometrische Polynome . . . . .                    | 99  |
|           | 7.3 Übungen . . . . .                                      | 109 |
| <b>8</b>  | <b>Gewöhnliche Differenzialgleichungen</b> . . . . .       | 113 |
|           | 8.1 Einführung . . . . .                                   | 113 |
|           | 8.2 Elementare Theorie . . . . .                           | 117 |
|           | 8.3 Verschiedene lösbare Differenzialgleichungen . . . . . | 118 |
|           | 8.4 Newton-Methode . . . . .                               | 121 |
|           | 8.5 Übungen . . . . .                                      | 122 |
| <b>9</b>  | <b>Vektorräume</b> . . . . .                               | 125 |
|           | 9.1 Raum $\mathbb{R}^n$ . . . . .                          | 125 |
|           | 9.2 $\mathbb{R}$ -Vektorräume . . . . .                    | 126 |
|           | 9.3 Unterräume . . . . .                                   | 129 |
|           | 9.4 Linearkombinationen . . . . .                          | 132 |
|           | 9.5 $\mathbb{C}$ -Vektorräume . . . . .                    | 133 |
|           | 9.6 Übungen . . . . .                                      | 134 |
| <b>10</b> | <b>Basis und Dimension</b> . . . . .                       | 137 |
|           | 10.1 Lineare Unabhängigkeit . . . . .                      | 137 |
|           | 10.2 Basen . . . . .                                       | 139 |
|           | 10.3 Dimension . . . . .                                   | 142 |
|           | 10.4 Direkte Summen . . . . .                              | 146 |
|           | 10.5 Übungen . . . . .                                     | 149 |
| <b>11</b> | <b>Lineare Abbildungen</b> . . . . .                       | 151 |
|           | 11.1 Einführung . . . . .                                  | 151 |
|           | 11.2 Kern und Bild . . . . .                               | 153 |
|           | 11.3 Übungen . . . . .                                     | 162 |

---

|           |   |     |
|-----------|---|-----|
| <b>12</b> | <b>Matrizen</b> . . . . .                               | 165 |
|           | 12.1 Einführung . . . . .                               | 165 |
|           | 12.2 Die Matrix einer linearen Abbildung . . . . .      | 168 |
|           | 12.3 Rang einer Matrix . . . . .                        | 172 |
|           | 12.4 Invertierbare Matrizen und Basiswechsel . . . . .  | 175 |
|           | 12.5 Übungen . . . . .                                  | 178 |
| <b>13</b> | <b>Determinanten</b> . . . . .                          | 181 |
|           | 13.1 Die Determinantenfunktion . . . . .                | 181 |
|           | 13.2 Eindeutigkeit der Determinantenfunktion . . . . .  | 183 |
|           | 13.3 Entwicklung einer Determinante . . . . .           | 189 |
|           | 13.4 Berechnungsverfahren für Determinanten . . . . .   | 192 |
|           | 13.5 Die Inverse einer Matrix . . . . .                 | 193 |
|           | 13.6 Übungen . . . . .                                  | 195 |
| <b>14</b> | <b>Lineare Systeme</b> . . . . .                        | 197 |
|           | 14.1 Einführung . . . . .                               | 197 |
|           | 14.2 Der Fall $m = n = 2$ . . . . .                     | 198 |
|           | 14.3 Gauß-Verfahren . . . . .                           | 199 |
|           | 14.4 Cramer'sche Formel . . . . .                       | 201 |
|           | 14.5 Übungen . . . . .                                  | 202 |
| <b>15</b> | <b>Euklidische Räume und Metrik</b> . . . . .           | 205 |
|           | 15.1 Skalarprodukt . . . . .                            | 205 |
|           | 15.2 Euklidische Metrik . . . . .                       | 207 |
|           | 15.3 Orthogonalität . . . . .                           | 210 |
|           | 15.4 Vektor- oder Kreuzprodukt . . . . .                | 211 |
|           | 15.5 Übungen . . . . .                                  | 214 |
| <b>16</b> | <b>Diagonalisierung</b> . . . . .                       | 217 |
|           | 16.1 Eigenvektoren und Eigenwerte . . . . .             | 218 |
|           | 16.2 Charakteristisches Polynom . . . . .               | 222 |
|           | 16.3 Symmetrischer Fall . . . . .                       | 223 |
|           | 16.4 Lineare Differenzialgleichungssysteme . . . . .    | 225 |
|           | 16.5 Übungen . . . . .                                  | 228 |
|           | <b>Anhang A.1 Trigonometrische Funktionen</b> . . . . . | 229 |
|           | <b>Anhang A.2 Lösungen der Übungen</b> . . . . .        | 233 |
|           | <b>Sachverzeichnis</b> . . . . .                        | 333 |



<http://www.springer.com/978-3-662-47087-9>

Mathematische Grundlagen der Naturwissenschaften

Chipot, M.

2016, IX, 336 S. 113 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-47087-9