2 Zählendes Rechnen im mathematischen Anfangsunterricht

„Rechenschwache" Kinder rechnen nicht – sie zählen.
(Gaidoschik, 2015, S. 32)

Ein immer wiederkehrendes Ergebnis großer internationaler Schulleistungsvergleichsstudien, wie TIMSS, besteht darin, dass einem erheblich großen Anteil deutscher Schülerinnen und Schüler am Ende ihrer Grundschulzeit lediglich der Erwerb basaler mathematischer Kompetenzen attestiert werden kann (vgl. Selter et al., 2016, S. 117ff.). Diese Befunde erscheinen vor dem Hintergrund, dass Mathematik*lernen* einen kumulativen Prozess darstellt, besonders gravierend. Der Erwerb zentraler Konzepte des arithmetischen Anfangsunterrichts stellt eine wesentliche Grundlage für erfolgreiches Weiterlernen dar. Bleibt der Erwerb mathematischer Konzepte aus, sind problematische Lösungsprozesse der Kinder eine logische Konsequenz, die sich zunehmend zu tiefgreifenden Rechenschwierigkeiten entwickeln können.

Wartha und Schulz (2013, S. 91) konkretisieren diesen Gedanken durch die Formulierung dreier Hauptsymptome von Rechenschwierigkeiten im Arithmetikunterricht, zu denen sie auch das *verfestigt zählende Rechnen* fassen (vgl. z. B. auch Leuders, 2015, S. 162). Schipper hingegen bezeichnet das verfestigt zählende Rechnen gar als das „Hauptproblem" (Schipper, 2015, S. 195) von Kindern mit Rechenschwierigkeiten.

Das Ziel dieses Kapitels besteht darin, den Forschungsstand dieses Themenfeldes aufzuarbeiten, um den Ausgangspunkt für die vorliegende empirische Forschungsarbeit (siehe Kap. 4 bis 6) zu begründen. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass sich die folgenden Analysen des (verfestigt) zählenden Rechnens im weiteren Verlauf dieser Arbeit vordergründig auf die Addition bezieht, da die in dieser Studie gestellten Aufgaben ausschließlich diesem Bereich zuzuordnen sind (vgl. Kap. 4.2.4).

Struktur des Kapitels

Zu Beginn des Kapitels (Kap. 2.1) wird ein stoffdidaktischer Überblick verschiedener Zählstrategien dargelegt, bevor der Forschungsstand über die Verwendung von Zählstrategien im Verlauf des mathematischen Anfangsunterrichts offengelegt wird (Kap. 2.2). Darauf aufbauend werden auf zentrale Nachteile zählenden Rechnens hingewiesen (Kap. 2.3) und mögliche Ursachen der häufigen Verwendung solcher Lösungsverfahren aufgezeigt (Kap. 2.4). Das Kapitel schließt mit der Beschreibung wesentlicher Symptome verfestigt zählend rechnender Kinder

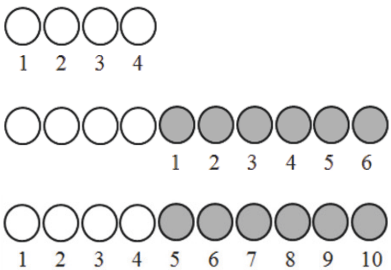
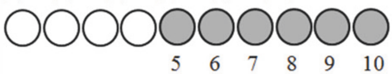
D. Walter, *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps*,
Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des
Mathematikunterrichts 31, DOI 10.1007/978-3-658-19067-5_2

(Kap. 2.5) sowie der Erörterung der Frage, wie mit zählendem Rechnen im Unterricht umgegangen werden kann (Kap. 2.6), ab.

2.1 Zählstrategien

Grundlegend wird in der Fachdidaktik zwischen den Hauptzählstrategien *Alleszählen* und *Weiterzählen* unterschieden, die wiederum in jeweils unterschiedlich effizienten Varianten ausgeführt werden können. Tabelle 2.1 gibt einen Überblick häufig beobachtbarer Zählstrategien für das additive Rechnen im Zwanzigerraum (vgl. u. a. Baroody, 1987, S. 141ff.; Carpenter & Moser, 1984, S. 181; Clements & Sarama, 2009, S. 63f.; Gerster & Schultz, 2004, S. 362; Häsel-Weide, Nührenbörger, Moser-Opitz, & Wittich, 2014, S. 46f.; Hess, 2012; Padberg & Benz, 2011, S. 89).

Tabelle 2.1: Zählstrategien zur Lösung von Additionsaufgaben am Beispiel der Aufgabe 4+6

Zählstrategie	Beispiel
Alleszählen *‚(concrete) counting-all'*	Beide Summanden werden direkt modelliert und abgezählt. Anschließend erfolgt das Auszählen aller vorliegenden Objekte. 
Abkürzendes Summenzählen *‚shortcut sum'*	Nach dem Legen der Summanden werden die Plättchen nicht mehr (wie beim Alleszählen) separat ausgezählt.  Das Legen des zweiten Summanden (6) wird durch zwei synchrone Zählprozesse begleitet: (5)1, (6)2, (7)3, (8)4, (9)5, (10)6 

Weiterzählen vom ersten Summanden *‚Counting-on from first addend'*	Die Summanden werden nicht mehr direkt modelliert. Die Zählprozedur beginnt ausgehend vom Wert des ersten Summanden, von dem aus in Einerschritten weitergezählt wird. (4); 5, 6, 7, 8, 9, <u>10</u>
Weiterzählen vom größeren Summanden *‚Counting-on from larger'; ‚Count-min'*	Bevor die Zählprozedur durchgeführt wird, erfolgt ein Vergleich beider Summanden. Die in Einerschritten ablaufende Zählprozedur beginnt ausgehend vom größeren Summanden. (6); 7, 8, 9, <u>10</u>
Weiterzählen vom größeren Summanden in größeren Schritten *‚Counting-on in steps'*[15]	Anstatt 4 + 6 durch viermaliges Weiterzählen in Einerschritten zu lösen, kann die Zählprozedur durch Weiterzählen in Zweierschritten ökonomisiert werden. (6); 8, <u>10</u>

Die Darstellung der verschiedenen Vorgehensweisen zeigt auf, dass sich die dargelegten Zählprozeduren hinsichtlich ihrer Effizienz stark voneinander unterscheiden (vgl. Hess, 2012, S. 114f.). Für das additive Rechnen ist ein Vorgehen nach den in Tabelle 2.1 letztgenannten Zählstrategien mit weniger Arbeitsschritten verbunden, als es bei den erstgenannten Strategien der Fall ist. So ist bspw. ein Vorgehen für das Lösen der Aufgabe 4+6 gemäß concrete counting-all mit insgesamt zwanzig Zähleinheiten verbunden, während beim counting-on in steps lediglich zwei Zahlworte genannt werden.

Dabei sollte berücksichtigt werden, dass Kinder für die Nutzung ökonomischerer Strategien über umfassendere Vorkenntnisse verfügen müssen (vgl. Häsel-Weide et al., 2014, S. 47). Die daran anknüpfend naheliegende Überlegung, Zählstrategien bewusst zu trainieren, um die kognitive Belastung zu reduzieren, wird in Kapitel 2.6. genauer erörtert.

15 Der Terminus *counting-on in steps* als englischsprachige Übersetzung des *Weiterzählens vom größeren Summanden in größeren Schritten* entstammt nicht den zu Beginn dieses Kapitels genannten Quellen. Es handelt sich dabei um eine eigenständige Übersetzung.

2.2 Zählen-Rechnen-Wissen

Als Zielvorgabe empfiehlt die Fachdidaktik, dass Schülerinnen und Schüler am Ende des ersten Schuljahres zumindest im Zahlenraum bis 10 in der Lage sein sollten, nicht-zählende Rechenstrategien zu nutzen (vgl. Gerster, 2009, S. 268; Lorenz, 2003, S. 105; Lorenz & Radatz, 1993, S. 116f.; Radatz, Schipper, Ebeling, & Dröge, 1996, S. 83f.; Schipper, 2009, S. 119). Dementsprechend sollten Aufgaben des kleinen Einspluseins entweder faktenabrufend oder über die Nutzung operativer Rechenstrategien (vgl. Kap. 3.3.1) gelöst werden.

Verschiedene nationale sowie internationale Untersuchungen belegen die Existenz dreier Hauptlösungsstrategien für das additive Rechnen im Zwanzigerraum: Zählen, Rechnen und Wissen (vgl. z. B. Doschko, 2011, S. 265ff.; Gray, 1991, S. 569). Im Folgenden werden einschlägige Untersuchungsergebnisse zur Verwendung der drei Hauptlösungsstrategien am Ende des ersten und zu Beginn des zweiten Schuljahres dargelegt, um zu prüfen, ob die von der deutschsprachigen Fachdidaktik ausgegebene Zielvorgabe von Lernenden erreicht wird.

2.2.1 Zählen-Rechnen-Wissen am Ende des ersten Schuljahres

Doschko (2011, S. 111ff.) untersuchte in einer Längsschnittstudie, welche Vorgehensweisen im Verlauf des ersten Schuljahres von 120 deutschen Schülerinnen und Schülern für das Lösen von Aufgaben im Zahlenraum bis 20 herangezogen werden. Die Kinder wurden auf der Grundlage von Lehrereinschätzungen sowie der Ergebnisse eines Tests zu arithmetischen Vorkenntnissen am Schulbeginn (vgl. Knapstein & Spiegel, 1995) ausgewählt, so dass in der Stichprobe leistungsstarke, -schwache sowie Kinder durchschnittlichen Leistungsstandes in gleichen Teilen vertreten waren. Tabelle 2.2 legt die Ergebnisse des letzten der drei Untersuchungszeitpunkte bezüglich der gestellten Additionsaufgaben[16] dar:

Tabelle 2.2: Lösungsstrategien von Schülerinnen und Schülern bei Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 am Ende des ersten Schuljahres (Doschko, 2011, S. 255/263)

	Zählen	**Rechnen**	**Wissen**
Alle Additionsaufgaben	39,38 %	25,00 %	33,13 %
Zahlenaufgabe 6+4	30,00 %	17,00 %	51,00 %
Zahlenaufgabe 4+9	47,00 %	17,00 %	36,00 %

16 Die von Doschko (2011) gestellten Aufgaben umfassten einerseits vier reine Zahlenaufgaben (2+4; 7+6; 6+4; 4+9) sowie vier, in einen Text eingekleidete Aufgaben (6+4; 4+9; 5+3; 9+9). Die Erhebungsdaten einiger Aufgaben (darunter die Zahlenaufgaben 6+4 und 4+9) werden in Doschkos Arbeit zudem gesondert dargelegt.

Die Ergebnisse Doschkos zeigen, dass zählende Lösungsstrategien am Ende des ersten Schuljahres die *Hauptlösungsstrategien* beim additiven Rechnen darstellen (39,38 %). Rechnerische (25 %) und faktenabrufende Vorgehensweisen (33,13 %) waren in geringerem Umfang zu beobachten. Vergleicht man darüber hinaus die Lösungsstrategien bei der Bearbeitung der Aufgaben 6+4 (ohne Zehnerübergang) und 4+9 (mit Zehnerübergang), so ist festzustellen, dass die Kinder bei letzterer Aufgabe deutlich häufiger Zählstrategien heranzogen.

Auch Gaidoschik (2010, S. 245f.) untersuchte im Rahmen einer Längsschnittstudie, welche Strategien Schülerinnen und Schüler zum Lösen der additiven Grundaufgaben[17] heranziehen. An seiner Untersuchung nahmen 139, per Zufall ausgewählte, niederösterreichische Kinder teil, deren Vorgehensweisen er zu Beginn, in der Mitte sowie am Ende des ersten Schuljahres mittels klinischer Interviews analysierte. Tabelle 2.3 zeigt die Ergebnisse, aufgeschlüsselt entsprechend der gestellten Additionsaufgaben zum dritten Messzeitpunkt.

Tabelle 2.3: Lösungsstrategien von Schülerinnen und Schülern bei Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 am Ende des ersten Schuljahres (aus Gaidoschik, 2010, S. 423)

Aufgabe			**Zählen**	**Rechnen**	**Wissen**	**Sonstige[18]**
Nicht-trivial	Ohne Zehner-übergang	3+5	30,8 %	1,4 %	**58,3 %**	9,3 %
		2+5	37,4 %	0,7 %	**57,6 %**	4,3 %
		3+4	**44,6 %**	5,8 %	42,4 %	7,1 %
		4+6	**42,4 %**	4,3 %	41,0 %	12,2 %
		3+7	**50,3 %**	1,4 %	34,5 %	13,7 %
		3+6	**46,8 %**	10,8 %	32,4 %	10,0 %
		2+7	**57,6 %**	5,8 %	31,7 %	5,0 %
	Zehner-übergang	3+9	**62,6 %**	22,3 %	8,6 %	6,4 %
		6+7	**54,6 %**	25,9 %	2,9 %	16,7 %
		5+8	**59,7 %**	21,6 %	2,9 %	15,8 %
Trivial (Ver-dopp-lungen, +1)	Ohne Zehner-übergang	0+9	0,7 %	-	**98,6 %**	0,7 %
		1+6	15,1 %	-	**82,7 %**	2,1 %
		2+2	0,7 %	-	**97,1 %**	2,1 %
		3+3	1,4 %	-	**95,7 %**	2,9 %
		4+4	10,1 %	-	**88,5 %**	1,4 %
		5+5	0,7 %	-	**97,1 %**	2,1 %
	Zehner-übergang	6+6	38,8 %	3,6 %	**50,4 %**	7,1 %
		8+8	**54,0 %**	6,5 %	15,8 %	23,8 %

17 Gemeint sind alle Additionsaufgaben mit einstelligen Summanden sowie deren Umkehraufgaben (vgl. Gaidoschik, 2010, S. 10).

18 Unter *Sonstige* werden die von Gaidoschik (2010) beobachteten Vorgehensweisen *nichtzählend mit Fingern*, *Raten*, *Fehlspeicherung*, *‚Kann ich nicht'* sowie *Keine klare Zuordnung* zusammengefasst.

Die Erhebungsdaten zeigen, dass die als trivial geltenden Aufgaben ohne Zehnerübergang am Ende des ersten Schuljahres von den Schülerinnen und Schülern bereits weitgehend automatisiert wurden, während (triviale) Verdopplungsaufgaben mit Zehnerübergang (6+6 und 8+8) weitaus häufiger mittels Zählstrategien gelöst wurden. Ferner lässt sich hinsichtlich der nicht-trivialen Aufgaben erkennen, dass Zählstrategien bei fast allen dieser gestellten Additionsaufgaben (ausgenommen 3+5 und 2+5) die Hauptlösungsstrategie darstellen, wobei die Aufgaben mit Zehnerübergang in der Regel häufiger als diejenigen Aufgaben ohne Zehnerübergang zählend gelöst werden.

Zusammenfassend lässt sich angesichts der beschriebenen Befunde festhalten, dass Kinder am Ende des ersten Schuljahres vor allem bei den nicht-trivialen Additionsaufgaben sowie bei Aufgaben mit Zehnerübergang im Zahlenraum bis 20 vorwiegend zählende Lösungsstrategien nutzen. Diese Befunde stützen die weit verbreitete These, dass Lernende bei schwieriger empfundenen Aufgaben eher auf die ihnen vertrauten und sicher erscheinenden Zählstrategien zurückgreifen (vgl. Schipper, 2002, S. 250; Siegler, 1991, S. 90).

2.2.2 Zählen-Rechnen-Wissen zu Beginn des zweiten Schuljahres

Aufbauend auf der Studie von Doschko (2011) untersuchte Benz (2005) bei *derselben* Stichprobe[19], welche Lösungsstrategien Schülerinnen und Schüler des zweiten Schuljahres bei Rechenaufgaben im Zahlenraum bis 100 heranziehen.

Ein wesentliches Ergebnis der Untersuchung besteht darin, dass Zählstrategien absolut gesehen auch noch zu Beginn des zweiten Schuljahres von den befragten Lernenden die am häufigsten verwendeten Strategien (42,0 %) beim additiven Rechnen[20] darstellen. Während der Anteil derjenigen Kinder, welche die Ergebnisse der gestellten Aufgaben bereits memoriert abrufen konnten (9,6 %), relativ gering war, konnten rechnerische Vorgehensweisen (41,3 %) deutlich häufiger beobachtet werden (vgl. Benz, 2005, S. 168).

Dementsprechend zeigt sich, dass zählende Lösungsstrategien nicht nur am Ende der ersten, sondern auch noch zu Beginn der zweiten Klasse die am häufigsten auftretenden Strategien der Kinder darstellen.

19 Die Studien von Doschko und Benz waren in das Heidelberger Projekt „Flexibles Rechnen im Anfangsunterricht“ eingebettet. In beiden Studien wurden dieselben Kinder interviewt. Von den ursprünglich 120 untersuchten Kindern der Studie Doschkos (2011), konnten in der Untersuchung von Benz (2005) 100 Schülerinnen und Schüler an allen drei Messzeitpunkten befragt werden. Die übrigen Kinder schieden „durch Umzug, Klassenwiederholung oder Krankheit“ aus (Benz, 2005, S. 101).

20 Auch in dieser Untersuchung wurden Text- und Zahlenaufgaben in gleichen Teilen gestellt.

2.2.3 Zusammenfassung und Ausblick

Auf Grundlage des beschriebenen Forschungsstandes zum Anteil der Lösungsstrategien *Zählen*, *Rechnen* und *Wissen* beim additiven Rechnen können folgende zentrale Aspekte abgeleitet werden:

- Während die als trivial geltenden additiven Grundaufgaben (Verdopplungsaufgaben, Aufgaben mit +1 und +0) im Zahlenraum bis 10 bereits weitgehend automatisiert wurden, ist der Anteil von Zählstrategien bei Aufgaben im Zahlenraum bis 20 deutlich höher.
- Jegliche Formen von Zählstrategien (vgl. Kap. 2.1) werden am Ende des ersten Schuljahres beim überwiegenden Teil der als nicht-trivial geltenden Aufgaben als Hauptlösungsstrategie herangezogen.
- Auch noch zu Beginn des zweiten Schuljahres stellen Zählstrategien bei Aufgaben aus dem Zahlenraum bis 100 die am häufigsten verwendeten Strategien zur Lösung additiver Grundaufgaben dar.

Angesichts dieser Befunde muss konstatiert werden, dass das von der Fachdidaktik ausgegebene Ziel[21], nicht-zählende Lösungsstrategien am Ende des ersten Schuljahres bei Aufgaben des kleinen Einspluseins zu nutzen, *nicht* von allen Kindern erreicht wird und erhebliche Unterschiede zwischen trivialen und nicht-trivialen Aufgaben festzuhalten sind. Besonders gravierend erscheinen die Befunde vor dem Hintergrund, dass zählende Lösungsverfahren auch noch in weiterführenden Schulen (vgl. z. B. Fresemann, 2014, S. 32f.; Moser Opitz, 2005, S. 221ff.; Ostad, 1998, S. 14; Schäfer, 2005, S. 444), sowie auch von Erwachsenen (vgl. z. B. Wartha & Schulz, 2013, S.8ff.) bei einem erheblichen Anteil der additiven Grundaufgaben herangezogen werden. Verschiedene Autoren warnen in diesem Zusammenhang eindringlich vor einer möglichen ‚Verfestigung' der Zählstrategien (vgl. z. B. Lorenz & Radatz, 1993, S. 117; Schipper, 2009, S. 335; Spiegel & Selter, 2015, S. 88). Wird zählendes Rechnen als ausschließliche Lösungsstrategie über das erste Schuljahr hinaus genutzt, „dann stellt es eine Sackgasse dar, aus der die Schüler im 2. oder 3. Schuljahr kaum mehr herauskommen" (Lorenz & Radatz, 1993, S. 117). Eine ‚Rechenschwäche' kann aus zählendem Rechnen erwachsen. Allerdings darf zählendes Rechnen am Ende des ersten Schuljahres *nicht* mit einer ‚Rechenschwäche' gleichgesetzt werden:

> „Ein Kind, das Ende der ersten Schulstufe zählend rechnet, ist nicht deshalb schon ‚rechenschwach'; aber es läuft Gefahr, unter dem Druck kommender schulischer Anforderungen ‚rechenschwach' zu werden" (Gaidoschik, 2009a, S. 170).

21 Angesichts zunehmender Anforderungen an die Grundschule, die aktuell durch Inklusion und Migration greifbar sind, ist davon auszugehen, dass diese ambitionierte Zielvorgabe künftig von einem immer größer werdenden Teil der Kinder nicht erreicht werden kann.

2.3 Nachteile und Risiken zählenden Rechnens

Zählendes Rechnen ist eine bei Schulanfängern erwartungskonforme Vorgehensweise für das Bewältigen erster Rechenaufgaben. Gleichwohl sind zählende Vorgehensweisen mit wesentlichen Nachteilen und damit einhergehenden Risiken verbunden, die Krauthausen (1995, S. 91; m. s. a. Gerster, 1994, S. 45) wie folgt zusammenfasst:

- „Zählmethoden werden sehr bald umständlich und unökonomisch;
- die möglicherweise unklare Rolle des Anfangs- oder Endgliedes;
- die stereotype Anwendung der Zähltechnik überlagert den möglichen Rückgriff auf bereits auswendig verfügbare Zahlensätze; und es besteht auch wenig Bedürfnis, sich Zahlensätze zu merken, so daß dieses Repertoire sich nur sehr langsam vergrößert;
- bei der Summenbildung kann durch die Zählmethode die fundamentale Idee des Zehnersystems umgangen werden (es reicht aus, weitere Zahlennamen in der richtigen Reihenfolge aufzusagen und an der betreffenden Stelle zu stoppen);
- Zusammenhänge zwischen Zahlensätzen (Nachbaraufgaben, Analogieaufgaben) werden nicht im Sinne «geschickten» Rechnens ausgenutzt, sondern jede Aufgabe für sich neu berechnet;
- zählendes Rechnen unterstützt nicht den Aufbau eines numerischen Netzwerkes, in dem alle Einzelaufgaben in ein bedeutungshaltiges Beziehungsgeflecht eingebettet sind – es bleibt bei isolierten Einzelfakten;
- zählendes Addieren/Subtrahieren behindert das Verständnis für die Multiplikation/Division;
- die Zählprozedur beansprucht die Aufmerksamkeit so stark, dass der Zusammenhang zwischen Aufgabe und Ergebnis leicht aus dem Blick gerät.“

Obwohl die beschriebenen Nachteile aus der Sicht ‚geübter Rechner’ naheliegend und offenkundig sind, werden sie von zählenden Rechnern häufig nicht immer durchschaut. Sie selbst empfinden ihre Vorgehensweise als sicher, zielführend und zugleich erfolgreich (vgl. Ladel & Kortenkamp, 2009, S. 93; Schmassmann & Moser Opitz, 2007, S. 23; Wartha & Schulz, 2013, S. 44). Dies liegt vor allem auch daran, dass Zählstrategien in kleineren Zahlenräumen häufig schneller als operative Rechenstrategien zum Ergebnis führen können (vgl. z. B. Lorenz & Radatz, 1993, S. 116). Dementsprechend sehen Kinder häufig weder Anlass noch die Notwendigkeit, ihre zählenden Vorgehensweisen zugunsten operativer Rechenstrategien aufzugeben. Sie bewerten Strategien vornehmlich aus einer *Gegenwartsperspektive* und können noch nicht hinreichend gut abschätzen, welche Risiken das (ausschließliche) Weiterführen zählender Vorgehensweisen impliziert. Folglich ist es sowohl in der Schulpraxis als auch in der Lehreraus- und -fortbildung eine zentrale Aufgabe, die Nachteile und Risiken, aber auch die durch die Kinder subjektiv empfundenen Vorteile der Verwendung zählender Lösungsverfahren im Sinne einer *Zukunftsperspektive* zu bewerten (vgl. Schipper, 2001, S. 11; siehe auch Kap. 2.6.4). Erfolgt dies nicht, so werden viele Kinder ihre vorzugsweise genutzten zählenden Lösungsstrategien häufig noch über das erste Schuljahr hinweg verfolgen und laufen Gefahr, diese zu verfestigen.

2.4 Mögliche Ursachen für verfestigt zählendes Rechnen

Im bisherigen Verlauf dieses Kapitels wurde beschrieben, dass zählendes Rechnen häufig über das erste Schuljahr hinaus die Hauptlösungsstrategie zur Lösung von Additionsaufgaben darstellt. Dementsprechend sind viele Schülerinnen und Schüler gefährdet, die wenig tragfähigen Zählstrategien zu verfestigen, woran sich in Anbetracht der beschriebenen Nachteile und gravierenden Risiken tiefgreifende Rechenschwierigkeiten anschließen können. Um der Verfestigung zählender Lösungsstrategien vorbeugen zu können, erscheint es wichtig, mögliche Ursachen derer herauszustellen.

Verschiedene Autoren weisen darauf hin, dass der aktuelle Forschungsstand keine eindeutigen Ursachenzuschreibungen für die Entwicklung verfestigter Zähltechniken zulässt (vgl. Gaidoschik, 2015, S. 14; Meyerhöfer, 2011, S. 410; Schipper, 2003, S. 231). In diesem Sinne beschreibt Lorenz (2003, S. 112) die schwere Fassbarkeit möglicher Wurzeln einer ‚Rechenschwäche' als „Ursachensumpf". Gleichwohl ist es aber möglich, bestimmte Faktoren zu benennen, die das „Gesamtsystem Rechenschwäche" (Gaidoschik, 2015, S. 13) beeinflussen können. Demnach sind vor allem drei „Risikobündel" (Spiegel & Selter, 2015, S. 92) einer sich entwickelnden ‚Rechenschwäche' (und damit auch dem verfestigt zählenden Rechnen als eines der Hauptsymptome) zu berücksichtigen: Schulische Faktoren, familiäres und soziales Umfeld, Individuum.

2.4.1 Schulische Faktoren

Ist von *schulischen Faktoren* als wesentliche Einflussgröße einer ‚Rechenschwäche' die Rede, sind neben schul- und bildungsorganisatorischen Aspekten (u. a. Klassenstruktur, Notendruck) auch konkrete Gestaltungsaspekte des Mathematikunterrichts zu berücksichtigen. Ein Mathematikunterricht, der die Verwendung von zählender Lösungsstrategien provoziert und dabei zugleich die Erarbeitung nicht-zählender Rechenstrategien vernachlässigt, kann zu einer Verfestigung von Zählstrategien beitragen (vgl. Gaidoschik, 2009a, S. 171f.). Je nachdem, *wie* der Unterricht gestaltet ist, kann Einfluss auf die Verwendung von Zählstrategien genommen werden. Dementsprechend ist es bedeutsam, den Kindern im Unterricht die Chance zu geben, operative Rechenstrategien überhaupt entwickeln zu können.

Dass ein, auf nicht-zählende Rechenstrategien, fokussierter Unterricht Einfluss auf die Ablösung von Zählstrategien haben kann, belegen verschiedene empirische Untersuchungen:

- Steinberg (1985, S. 339ff.) wies im Rahmen einer Interventionsstudie nach, dass Schülerinnen und Schüler des zweiten Schuljahres nach einem achtwöchigen Training zur Verwendung nicht-zählender Rechenstrategien signifikant seltener auf Zählstrategien zurückgriffen als zuvor. Dieser Effekt blieb dabei auch noch bis zum letzten Messzeitpunkt der Studie, der zwei Monate nach der gezielten unterrichtlichen Instruktion angesetzt war, stabil.
- Auch Christensen und Cooper (1992, S. 38f.) erforschten den Einfluss des Gebrauchs von Ableitungsstrategien in einer Interventionsstudie (Pre-Post-Design) bei 40 australischen Schülerinnen und Schülern der zweiten Klassenstufe. Während im Pretest *kein* Kind auf Ableitungsstrategien für das Lösen von einstelligen Additionsaufgaben zurückgriff[22], wurden diese im Posttest von der Hälfte der Lernenden nach der unterrichtlichen Instruktion[23] bei wenigstens einem Item genutzt (ebd., S. 41). Ferner stellte sich heraus, dass diejenigen Kinder, die auf Ableitungsstrategien zurückgriffen, signifikant häufiger Aufgaben memoriert abrufen konnten (ebd., S. 42).
- Moser Opitz (2008, S. 123ff.) konnte in einer quasi-experimentellen Untersuchung belegen, dass ein im Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens konzipierter Unterricht, der vor allem die Arbeit mit strukturierten Mengenbildern umfasst, ein wesentliches Moment zur Ablösung zählender Rechenstrategien zu sein scheint. Schülerinnen und Schüler des ersten Schuljahres, die einen solchen Unterricht besucht haben, verwendeten fortan signifikant seltener Zählstrategien als Kinder der Kontrollgruppe (ebd., S. 164).
- Gaidoschik und Fellmann (2015, S. 298f.) untersuchten die Effekte eines, auf nicht-zählende Strategien (v. a. Zahlen als Zusammensetzungen aus

22 Dieses Ergebnis muss vor dem Hintergrund betrachtet werden, dass Ableitungsstrategien im bisherigen unterrichtlichen Verlauf *nicht* thematisiert wurden.

23 Im Rahmen der Intervention wurden Ableitungsstrategien über einen Zeitraum von zwölf Wochen täglich für etwa 15 Minuten trainiert (vgl. Christensen & Cooper, 1992, S. 40).

anderen Zahlen und Training von Ableitungsstrategien) ausgerichteten Trainingsprogramms für Lehrkräfte. Die vier teilnehmenden Lehrkräfte unterrichteten 71 Schülerinnen und Schüler gemäß dieses Trainingsprogramms von Beginn der ersten Klassenstufe an. Im Vergleich zur Stichprobe aus Gaidoschik (2010), bei der die Lernenden einen ‚gewöhnlichen' Unterricht besuchten, zeigten die Kinder signifikant häufiger faktenabrufende Vorgehensweisen während des Lösens nicht-trivialer Additionsaufgaben.

Angesichts der beschriebenen Forschungsbefunde scheint ein auf nicht-zählende Rechenstrategien ausgerichteter Unterricht für die Ablösung zählenden Rechnens förderlich zu sein. Im Umkehrschluss *kann* eine mögliche schulische bzw. unterrichtliche Ursache des Verharrens im zählenden Rechnen darin bestehen, dass der Unterricht mitunter nicht immer auf die Verwendung und Erarbeitung nicht-zählender Rechenstrategien ausgerichtet ist. Anzunehmen ist, dass einige Schülerinnen und Schüler häufig keine nicht-zählenden Strategien nutzen, „weil sie dafür bislang *keine entsprechende Förderung* erhalten haben" (Gaidoschik, 2014, S. 9).

2.4.2 Familiäres und soziales Umfeld

Einflüsse des familiären und sozialen Umfeldes eines Kindes können sich ebenfalls als mögliche Ursache einer sich entwickelnden ‚Rechenschwäche' herausstellen und dementsprechend die Verfestigung von Zählstrategien begünstigen (vgl. z. B. Leuders, 2015, S. 164; Lorenz, 2003, S. 111f.).

Während neben Bedingungen der familiären Gegebenheiten, wie bspw. der erlebte Erziehungsstil (vgl. dazu Schipper, 2002, S. 251), zu beachten sind, erscheinen auch konkrete Ratschläge und Hilfestellungen beim Bearbeiten von Mathematikaufgaben (z. B. während der Hausaufgabenbetreuung) von entscheidender Bedeutung (Gaidoschik, 2015, S. 15). So ist es denkbar, dass Schülerinnen und Schülern (natürlich unbeabsichtigt) Vorgehensweisen nahegelegt werden, die sich hinsichtlich einer angestrebten Abkehr von zählenden Lösungsverfahren als kontraproduktiv auswirken können. Beispielhaft kann in diesem Zusammenhang das explizite Anregen der Verwendung didaktischer Arbeitsmittel als ‚Zählhilfe' zur Lösung genannt werden, wodurch Lernende keinerlei Anlässe erfahren, die strukturellen Gegebenheiten eines Arbeitsmittels zielgerichtet nutzen zu können.

2.4.3 Individuum

Letztlich gilt es jedoch auch, Einflüsse des *Individuums* selbst zu bedenken, dessen Bedeutung Gerster (2009) wie folgt hervorhebt:

> „Es wäre ein schwerwiegendes Versäumnis, sähe man Ursachen der Schwierigkeiten vieler Kinder nur in ungünstiger Beeinflussung durch Lehrer und Eltern und beschäftige sich nicht mit den Schwierigkeiten der mentalen Konstruktionen, die Kinder beim Erwerb elementarer mathematischer Konzepte leisten müssen“ (Gerster, 2009, S. 261).

Im Zitat weist Gerster auf die Notwendigkeit der Analyse von Lernprozessen hin, die bei verschiedenen Lernenden jeweils unterschiedliche Verläufe einnehmen können. Diese können von mathematisch unspezifischen Determinanten, wie der allgemeinen intellektuellen Begabung, der Kapazität des Arbeitsgedächtnisses sowie der Schnelligkeit des Zugreifens auf das Langzeitgedächtnis beeinflusst werden (vgl. Grube, 2008, S. 160f.; Krajewski, 2008a, S. 360). Verschiedene empirische Untersuchungen weisen darauf hin, dass insbesondere die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses unterschiedlich stark bzw. gut ausgeprägt ist (vgl. z. B. Grube, 2006, S. 160f.; Thomas, Zoelch, Seitz-Stein, & Schumann-Hengsteler, 2006, S. 282ff.). Somit können Kinder, bei denen das Arbeitsgedächtnis weniger leistungsfähig ist, Aufgaben nur schwerlich automatisieren. Dadurch kann sich der Prozess des Aufbaus eines breiten Beziehungsnetzes zwischen den additiven Grundaufgaben verzögern (vgl. dazu Kap. 3.4.1). Ferner verweist Scherer (2002, S. 100f.) auf weitere mögliche Einflussfaktoren, wie bspw. eine verminderte Konzentrations-, Vorstellungs- oder Wahrnehmungsfähigkeit, die das Gelingen jeglicher (und somit auch mathematischer) Lernprozesse erschweren können.

2.5 Zentrale Symptome verfestigt zählenden Rechnens

In den vorangehenden Kapiteln wurden sowohl wesentliche Nachteile und Risiken (s. Kap. 2.3) als auch mögliche Ursachen verfestigt zählenden Rechnens (s. Kap. 2.4) beschrieben. Dieses Kapitel rückt hingegen zentrale, häufig beobachtbare Symptome verfestigt zählenden Rechnens in den Fokus, die auf tiefgreifende Schwierigkeiten der Kinder hindeuten. Die drei folgenden Symptome werden im weiteren Verlauf dieses Kapitels detailliert analysiert:

- *Einseitig ordinales Zahlverständnis* (Kap. 2.5.1)
- *Schwierigkeiten beim Wechsel der Repräsentationsebenen* (Kap. 2.5.2)
- *Schwierigkeiten beim strukturierten Darstellen und Erfassen von Mengen* (Kap. 2.5.3)

2.5.1 Einseitig ordinales Zahlverständnis

Dem Erwerb eines umfassenden Zahlbegriffsverständnisses, das sich vor allem in der Verinnerlichung verschiedener Zahlaspekte äußert[24], wird für das Mathematiklernen eine entscheidende Bedeutung eingeräumt (vgl. z. B. Benz, Peter-Koop, & Grüßing, 2015, S. 119ff.; Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 102). Für das Rechnen im Mathematikunterricht erscheinen dabei vor allem der *Ordinalzahlaspekt* sowie der *Kardinalzahlaspekt* wesentlich. Während bereits Schulanfänger in der Regel dazu in der Lage sind, Zahlen als Zählzahlen im Sinne des Ordinalzahlaspektes zu deuten (vgl. z. B. Deutscher, 2012, S. 258f.; Gaidoschik, 2010, S. 363), stellt das Verinnerlichen eines kardinalen Zahlverständnisses zumeist eine weitaus größere Hürde dar. Das wesentliche Problem des einseitigen Festhaltens am ordinalen Zahlbegriff fasst Lorenz (2009) wie folgt zusammen:

> „Mit einer ordinalen Zahlvorstellung ist es jedoch noch nicht möglich, eine Vorstellung über Anzahlen im Sinne einer Menge zu denken. Dies ist erst dann möglich, wenn die zunächst getrennten Konzepte von Anzahl und Ordinalzahl als Kardinalzahl zusammengefasst werden“ (Lorenz, 2009, S. 234).

Entsprechend der Ausführungen von Lorenz konnte Gerster (2009) im Rahmen von Einzelfallstudien beobachten, dass Schülerinnen und Schüler bei der Bestimmung des Ergebnisses der (schriftlich vorgegebenen) Aufgabe 12-12 nicht selten „11“ angeben. Sie entfernten lediglich das zwölfte, mental erdachte Element und bestimmten die Anzahl der ‚übrigen‘ Elemente (vgl. Fuson, 1992, S. 63; Gerster, 2009, S. 249).

Abbildung 2.1: Ordinale Verwechslung (aus Gaidoschik, 2015, S. 29)

24 Ein Überblick wesentlicher Zahlaspekte ist u. a. in Krauthausen & Scherer 2007, S. 9 und Radatz et al. 1996, S. 47f. einzusehen.

Derartige Vorgehensweisen können nach Gaidoschik (2015) als ordinale Verwechslung charakterisiert werden, wonach Lernende mit einem einseitig ordinalen Zahlverständnis Zahlen vornehmlich als Rangplätze, nicht aber als Menge verstehen. Folglich kann es ihnen nicht (oder nur schwerlich) möglich sein, Zahlen als Zusammensetzungen aus anderen Zahlen zu verstehen, Relationen zwischen verschiedenen Zahlen zu erkennen und Zählstrategien schließlich abzulösen (vgl. Gaidoschik, 2015, S. 28f.).

2.5.2 Schwierigkeiten beim Wechsel der Repräsentationsebenen

Bereits Bruner (1974) wies darauf hin, dass mathematische Inhalte mittels verschiedener Darstellungsebenen visualisiert werden können. Er differenziert zwischen handelnden (enaktiven), bildhaften (ikonischen) sowie (mathematisch oder sprachlich) symbolischen Darstellungen. Der Fähigkeit, einen mathematischen Inhalt auf verschiedenen Darstellungsebenen zu deuten und zwischen den Ebenen übersetzen zu können, wird dabei eine zentrale Rolle für den Aufbau eines konzeptuellen mathematischen Verständnisses eingeräumt (vgl. Duval, 2006, S. 128; Laakmann, 2013, S. 300f.; Lorenz, 2009, S. 236). Kuhnke (2013) fasst die Vielfalt möglicher mathematischer Übersetzungsprozesse zwischen verschiedenen Darstellungsebenen (intermodaler Transfer; vgl. dazu Bauersfeld, 1972, S. 244) und innerhalb einer Darstellungsebene (intramodaler Transfer), wie in Abbildung 2.2 dargestellt, zusammen:

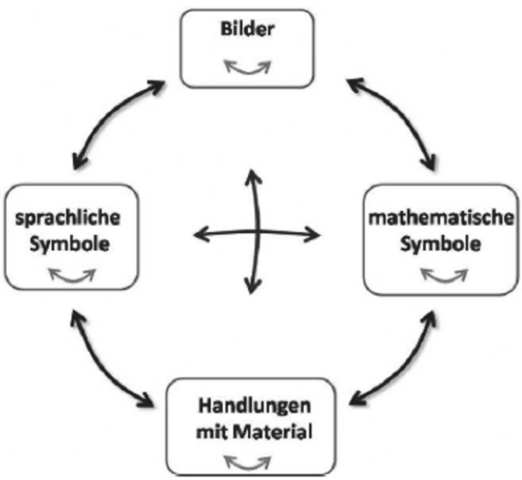


Abbildung 2.2: Wechsel zwischen Darstellungen (aus Kuhnke, 2013, S. 32)

Während die Fähigkeit zum Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen als bedeutsame Facette des Mathematiktreibens angesehen wird, kann dessen Nichtvorhandensein als Indikator für mögliches mathematisches Nichtverstehen herangezogen werden. Dass viele Kinder (mit Rechenschwierigkeiten) Probleme mit verschiedenen Formen des Darstellungswechsels haben, verdeutlichen zahlreiche empirische Untersuchungen (vgl. Ladel, 2009, S. 11; Lorenz, 1998, S. 66f.; Radatz, 1990, S. 3; Schipper & Hülshoff, 1984, S. 55f.). Radatz (1990) betont in diesem Zusammenhang, dass verschiedene Darstellungsebenen, insbesondere für Schülerinnen und Schüler mit Rechenschwierigkeiten, häufig „streng getrennte Erfahrungsbereiche" darstellen (Radatz, 1990, S. 8).

Dementsprechend kann die Fähigkeit zum Wechsel zwischen Darstellungen einerseits als wichtige Fähigkeit zum Erwerb mathematischen Wissens charakterisiert und zugleich als Symptom zählenden Rechnens angesehen werden (vgl. Schipper, 2005a, S. 38).

2.5.3 Schwierigkeiten beim strukturierten Erfassen und Darstellen von Mengen

Empirische Untersuchungen zeigen, dass ein ‚Struktursinn' für das Mathematiklernen wesentlich zu sein scheint (vgl. Dornheim, 2008, S. 528; Lüken, 2012a; Moser Opitz, 2008, S. 164; Söbbeke, 2005). Das Vorhandensein einer grundlegenden Strukturierungsfähigkeit kann sich dabei einerseits durch eine *strukturierte Mengenerfassung* und andererseits in einer *strukturierten Mengendarstellung* äußern. Dass Kinder mit Rechenschwierigkeiten dazu neigen, zählend zu rechnen, ist laut Schipper (2002, S. 250) mit der „Unfähigkeit der Kinder verbunden, bei Zahlen und Zahlrepräsentanten [...] Strukturen zu erkennen und zu nutzen" (vgl. auch Wittmann & Müller, 2011, S. 49).

Dementsprechend ist es häufig zu beobachten, dass Kinder mit Rechenschwierigkeiten bei der Anzahlbestimmung einer Menge, die durch ein strukturiertes Arbeitsmittel (z. B. Zwanzigerfeld) repräsentiert ist, im langwierigen Abzählen einzelner Elemente verharren. Strukturen des jeweils vorliegenden Arbeitsmittels werden häufig nicht genutzt (vgl. Lorenz, 2011, S. 41; Lüken, 2012b, S. 278f.; Scherer, 2009, S. 141).

Bezüglich der strukturierten Mengendarstellung liefert die Untersuchung von Lüken (2012b, S. 280) bei Schulanfängern wesentliche Erkenntnisse. Sie konnte beobachten, dass es für schwache Schülerinnen und Schüler typisch ist, eine vorgegebene Plättchenmenge (hier: 5) in Form einer horizontalen Linie anzuordnen. Leistungsstärkere Lernende gliederten die Plättchen demgegenüber häufig in flächiger Form (z. B. als Würfel-Fünf) und waren auch in der Lage, die Struktur des erstellten Plättchenbildes im Sinne der Teile-Ganzes-Zahlbeziehung (vgl. Kap. 3.1.2) zu deuten. Mit Blick auf Gründe des Vorgehens der schwächeren Schülerinnen und Schüler[25] beschreibt Lüken:

> „Except only one child that arranged the counters randomly on the table and seemed to have no idea at all that counters can be organized, all low achievers structure their counters spatially. Their arrangement, however, reflect their mathematical abilities. They have learned that objects ordered in a row can be more easily counted than a random arrangement. Hence, they are not aware of criteria for a quick and easy number perception, only for easy counting“ (Lüken, 2012b, S. 280).

Lükens Ideen folgend, offenbaren sich die mathematischen Fähigkeiten eines Kindes im Zuge der Darstellung von Mengen. Das Anordnen einer Plättchenmenge als horizontale Linie kann dabei als Indiz für das Festhalten an einem einseitig ordinalen Zahlbegriff (vgl. Kap. 2.5.1) herangezogen werden.

2.6 Umgang mit (verfestigt) zählenden Rechnern

In der Fachdidaktik besteht Einigkeit darüber, dass die ausschließliche Verwendung zählender Rechenstrategien, über das erste Schuljahr hinaus, die Entwicklung mathematischen Denkens negativ beeinträchtigen kann (vgl. Kap. 2.3). Die Auffassungen darüber, ob zählendes Rechnen im Unterricht verboten, gezielt trainiert, toleriert oder (überhaupt) thematisiert werden sollte, unterscheiden sich hingegen. Im Folgenden werden diese Positionen zum unterrichtlichen Umgang mit zählend rechnenden Schülerinnen und Schülern diskutiert und die jeweils möglichen Auswirkungen erörtert und gegeneinander abgewogen.

2.6.1 Zählendes Rechnen verbieten?

Eine weitere Variante des Umgangs mit zählend rechnenden Schülerinnen und Schülern kann darin bestehen, die Anwendung zählender Rechenstrategien zu verbieten. Damit kann das Ziel verbunden sein, den Blick auf die Entwicklung nicht-zählender Strategien lenken zu können und einer Verfestigung der Zählstrategien vorzubeugen bzw. sich hiervon zu lösen.

Dieses Vorgehen ist vor allem deshalb problematisch, da hierdurch die Ursachen der (hauptsächlichen) Verwendung zählender Strategien *nicht* behoben werden (vgl. Walter, 2015, S. 29f.) und Kinder infolgedessen häufig dazu neigen,

25 Die Unterscheidung in ‚starke' und ‚schwache' Schülerinnen und Schüler wurde in Lükens Untersuchung auf Grundlage der Testergebnisse des zuvor durchgeführten Osnabrücker Tests zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ) vorgenommen. Die Stichprobe (n=74) wurde in Quartile unterteilt, wobei schwache Lernende dem ersten und starke Lernende dem vierten Quartil zugeordnet wurden (vgl. Lüken 2012, S. 277).

ihre Vorgehensweisen zu verschleiern (vgl. Gerster & Schultz 2004, S. 363). Obschon Lernende ihre Zählstrategien mitunter sehr geschickt verbergen, sind sie erkennbar, sobald typische Verhaltensweisen sichtbar werden. Wesentliche Indikatoren zählender Rechenstrategien sind beispielsweise

- das Nutzen von *Arbeitsmitteln als Abzählhilfe* durch Antippen einzelner Elemente (z. B. Plättchen oder Kugeln) (vgl. Wessolowski, 2011, S. 33),
- eine *lange Bearbeitungszeit* für die Lösung von (schriftlich gestellten) Rechenaufgaben (vgl. Gerster & Schultz, 2004, S. 268),
- das *versteckte Nutzen der Finger* oder weiterer räumlich verfügbarer Gegenstände als Abzählhilfe (vgl. Bauer, 1992, S. 5; Schipper, 2015, S. 194),
- *leises Zählen* (vgl. Häsel-Weide et al., 2014, S. 48; Schmassmann & Moser Opitz, 2007, S. 21),
- sowie *rhythmische Körperbewegungen*, wie das Kopfnicken (vgl. Häsel-Weide et al., 2014, S. 48; Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 158).

Es bleibt festzuhalten, dass ein Verbot zählenden Rechnens in der Regel nicht die Verwendung nicht-zählender Vorgehensweisen, sondern die verdeckte Ausübung von Zähltechniken unterstützt wird.

2.6.2 Zählendes Rechnen trainieren?

Als Gegenpol des strikten Verbots der Verwendung von Zählstrategien kann das bewusste Trainieren derer charakterisiert werden. Wohlwissend, dass die ausschließliche Verwendung von Zählstrategien gravierende Folgen auf die mathematische Entwicklung haben kann, betont Gerster (1994, S. 44; vgl. auch Jansen, 2012, S. 20ff.) die grundlegende Bedeutung zählender Rechentechniken. Diese werden von Kindern bereits im Vorschulalter „spontan oder gelenkt" erlernt, seien „unmittelbar einleuchtend" und gäben Einsichten in die axiomatische Definition der natürlichen Zahlen. Schließlich folgert Gerster: „Zählendes Rechnen ist fundamental für den Erwerb erster arithmetischer Fertigkeiten und kann ein wichtiges Glied darstellen in der Kette der Entwicklungsschritte zur Einsicht vielfältiger Zahlbeziehungen" (Gerster, 1994, S. 44). Darauf aufbauend betonen Kaufmann und Wessolowski (2011, S. 32), aus den „elementaren Zählstrategien verfeinerte ökonomischere Strategien zu entwickeln, um den Zahlenraum zu strukturieren und damit einen Übergang zum einsichtsvollen Rechnen zu schaffen". Dementsprechend sollten Schülerinnen und Schüler den Weg zum nicht-zählenden Rechnen über die Verwendung verschiedener Zähltechniken begehen. Hierbei ist nach Schipper, Wartha und von Schroeders (2011) vor allem die Bedeutung der ökonomischeren Zählmethoden des *Weiterzählens* hervorzuheben:

> „[S]icheres weiterzählendes Rechnen liefert für die gleiche Aufgabe immer die gleiche richtige Lösung und erhöht so die Chance, dass die Kinder sich nach und nach einen immer größeren Vorrat an auswendig gewussten Aufgaben aneignen" (Schipper, Wartha & von Schroeders, 2011, S. 16).

Die hier innewohnende Auffassung entspricht im Kern den Ideen Sieglers (2001, S. 125), der die Annahme vertritt, dass der Prozess der Automatisierung durch mehrmaliges und sicheres Ausführen einer Zähltechnik erreicht werden könne, wodurch Assoziationen zwischen Aufgabe und dessen Ergebnis geknüpft würden.

Dem sind vor allem die Beobachtungen von Gray (1991) bei Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwierigkeiten entgegenzusetzen:

> „After using counting to obtain solutions [...] many of the below average children gave the solutions with relief. More importantly however, many of the younger children within this group could not remember the problem that had triggered their procedure. The link between the numerical problem and its solution had been obscured by the lenghty counting routine that had been used to obtain solutions. It appears that the younger below average child does not receive any feedback from the counting procedure; the process is not being encapsulated into a known concept" (Gray, 1991, S. 569).

Auch Gerster (1994) bewertet das gezielte Trainieren von Zählstrategien kritisch, da die perfektioniert ausführbaren Zähltechniken keinen Anreiz liefern, Aufgaben zu memorieren. Ein Grundstock auswendig gewusster Aufgaben werde „nur sehr langsam oder gar nicht" aufgebaut (Gerster, 1994, S. 45).

Entgegen dieser Auffassung argumentiert wiederum Fuson (1992), die das bewusste Trainieren von Zähltechniken fordert, damit Lernende auf eine Ausweichstrategie (fall-back method) zurückgreifen können, welche die Lösungsfindung zu einer gestellten Aufgabe stets ermöglichen soll (vgl. Fuson 1992, S. 132). Hierdurch wird Schülerinnen und Schülern allerdings suggeriert, dass Zählstrategien ein stets sicheres Werkzeug zur Bewältigung von Rechenaufgaben darstellen, wodurch die Erarbeitung nicht-zählender Rechenstrategien erschwert werden kann.

Angesicht der beschriebenen Argumente erscheint ein bewusstes Training von Zähltechniken für den Erwerb nicht-zählender Rechenstrategien nicht förderlich zu sein, da dadurch keine Zusammenhänge zwischen verschiedenen Rechenaufgaben in den Blick genommen werden können. Die aufgeführten empirischen Belege zeigen jedoch, dass gerade dieser Aspekt für die Erarbeitung nicht-zählender Rechenstrategien notwendig zu sein scheint.

2.6.3 Zählendes Rechnen tolerieren?

Neben den in den Abschnitten 2.6.1 und 2.6.2 beschriebenen Möglichkeiten, mit zählendem Rechnen im Unterricht umzugehen, ist ein Mittelweg denkbar, in dem weder ein Verbot ausgesprochen noch ein gezieltes Training eingeleitet wird: Zählstrategien können im Unterricht wahrgenommen und toleriert werden.

In Anbetracht des Ziels, zählende Lösungsstrategien im Laufe des ersten Schuljahres abzulösen, ist die Frage naheliegend, bis zu welchem Zeitpunkt das Tolerieren von Zähltechniken andauern darf bzw. ab wann diese nicht mehr geduldet werden sollten. In der Literatur lassen sich Argumente für zwei verschiedene ‚Zeitpunkte' ausmachen. Einerseits wird häufig dafür plädiert, Zählstrategien spätestens mit der Behandlung des Zehnerübergangs abzulösen, da nicht-zählende Rechenstrategien ab diesem Zeitpunkt bedeutungsvoller als zuvor sein würden (vgl. z. B. Schipper et al., 2011, S. 16; Schipper 2003, S. 228; 2015, S. 184). Andererseits wird in der Literatur, entsprechend der fachdidaktischen Zielvorgabe, das Ende des ersten Schuljahres als Zeitpunkt der Ablösung empfohlen (vgl. z. B. Gerster, 1994; Lorenz & Radatz, 1993, S. 116). Möglicherweise wird dieser Zeitpunkt gewählt, da der behandelte Zahlenraum im folgenden Schuljahr erweitert wird und zählendes Rechnen fortan weitaus ineffizienter sein würde als im ersten Schuljahr.

Zu beiden genannten Zeitpunkten haben die Kinder jedoch in einem nicht unerheblich langen Zeitraum vornehmlich auf Zähltechniken zurückgegriffen. Es ist dementsprechend nicht davon auszugehen, dass jene Schülerinnen und Schüler, die den Aufgaben zuvor zählend begegnet sind, sich durch Tolerieren und das verspätete Nicht-Tolerieren von Zähltechniken, schließlich auf diese verzichten und sich fortan nicht-zählende Rechenstrategien aneignen. Gaidoschik (2014, S. 120) fordert in diesem Zusammenhang, nicht darauf zu warten, bis „einem zählend rechnenden Kind „der Knopf" aufgeht", da zählendes Rechnen nur selten ohne gezielte Förderung überwunden wird. Schärfer formuliert es Gerster (1994, S. 46), der das Tolerieren von Zähltechniken über das erste Schuljahr hinweg als „unterlassene Hilfeleistung" bezeichnet.

2.6.4 Zählendes Rechnen (überhaupt) thematisieren?

Wenn weder Verbot, Training noch das Tolerieren zur Ablösung zählenden Rechnens beitragen kann, stellt sich die Frage, *ob (und wie)* zählendes Rechnen im Unterricht überhaupt thematisiert werden sollte.

In den ersten Schulwochen des mathematischen Anfangsunterrichts ist es zunächst erwartungskonform, dass Kinder erste Aufgaben über Zählstrategien lösen, da diese häufig die einzigen, den Schülerinnen und Schülern bekannten und verfügbaren, Lösungsstrategien darstellen. Zählendes Rechnen wird daher häufig als „Zwischenstadium“ (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 120) oder „notwendiger Zwischenschritt“ (Lorenz, 2003, S. 105) auf dem Weg zum nichtzählenden Rechnen bezeichnet, der von allen Kindern durchlaufen wird. Diese Beschreibung impliziert, dass jeder Mensch, unabhängig von späteren mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten, „irgendwann in seiner mathematischen Entwicklung zählender Rechner war“ (Lorenz, 2012, S. 48). Demzufolge wird es nur schwer (oder gar nicht) zu vermeiden sein, dass Schülerinnen und Schüler ihr implizites Wissen über Zähltechniken in den Unterricht tragen und anwenden.

Zählende Rechentechniken *nicht* zu thematisieren und somit zu ignorieren kann sich als eine folgenschwere didaktische (Fehl)Entscheidung herausstellen. Vielmehr sollte im Unterricht angestrebt werden, „zählendes Rechnen, [die] Nachteile zählenden Rechnens und vor allem Zählfehler“ (Schulz, 2014, S. 132) zu thematisieren, Gefahren der verfestigten Verwendung von Zählstrategien aufzuzeigen und zugleich nicht-zählende Rechenstrategien unterrichtlich zu intensivieren, indem deren Vorteile gegenüber Zählstrategien offengelegt werden.

In diesem Sinne erscheint es wesentlich, operative Strategien auch bereits im Zahlenraum bis 10 zu erarbeiten. So ist es denkbar, schon Aufgaben, wie 3+4 aus 3+3 abzuleiten. Gaidoschik und Fellmann (2015, S. 297ff.) zeigen in ihrer Untersuchung, dass Schülerinnen und Schüler für die Lösungsfindung bei additiven Aufgaben im Zahlenraum bis 10 zwar tendenziell mehr Zeit benötigen, allerdings ist zu diesem Zeitpunkt nicht die nötige Zeit wesentlich, sondern der eingeschlagene Rechenweg. Es ist davon auszugehen, dass Lernende, die bereits bei den ersten additiven Grundaufgaben auf operative Strategien zurückgreifen und dies auch konsequent im mathematischen Anfangsunterricht weiter praktizieren, weniger Gefahr laufen, verfestigt zählend zu rechnen.

2.7 Zusammenfassung

Die verfestigte Verwendung von Zählstrategien wird in der Fachdidaktik vielfach als eines der Hauptsymptome von Kindern mit Rechenschwierigkeiten charakterisiert. Verfestigt zählendes Rechnen wird dabei als problematisch eingestuft, da sich die inhärenten Nachteile und Risiken (Kap. 2.3) negativ auf das weitere Mathematiklernen auswirken können. Einschlägige Untersuchungen zeigen, dass das von der Fachdidaktik ausgegebene Ziel, zählendes Rechnen spätestens zum Ende des ersten Schuljahres (zumindest im Zahlenraum bis 10) zu überwinden, nicht immer erreicht bzw. oft weitgehend verfehlt wird (Kap. 2.2). Die Ursachen hierfür sind nicht eindeutig auszumachen (Kap. 2.4) und offenbaren sich in zentralen Symptomen verfestigt zählender Rechner (Kap. 2.5). Um diese Hürden zu überwinden, sollten zählende Lösungsstrategien im Unterricht weder gezielt trainiert noch ignoriert oder verboten werden. Vielmehr erscheint es vorteilhafter, die Nachteile und Risiken zählenden Rechnens bewusst zu thematisieren und Bemühungen der Vermittlung nicht-zählender Rechenstrategien zu verstärken (Kap. 2.6).

Der mathematikdidaktisch adäquate Umgang mit zählend rechnenden Kindern wird allein jedoch nicht genügen, um eine Ablösung vom zählenden Rechnen zu erreichen. Gleichzeitig sind Maßnahmen einzuleiten, die dieses zentrale Ziel des mathematischen Anfangsunterrichts unterstützen. Das folgende Kapitel widmet sich der Frage, wie eine Ablösung vom zählenden Rechnen gelingen kann.

http://www.springer.com/978-3-658-19066-8

Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps
Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden
zu Beginn des zweiten Schuljahres
Walter, D.
2018, XXI, 315 S. 39 Abb., 20 Abb. in Farbe., Softcover
ISBN: 978-3-658-19066-8