
Mathematik für Ingenieure und
Naturwissenschaftler Band 3

Die drei Bände *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler* werden durch eine Formelsammlung, ein Buch mit Klausur- und Übungsaufgaben sowie ein Buch mit Anwendungsbeispielen zu einem Lehr- und Lernsystem ergänzt:

Lothar Papula

Mathematische Formelsammlung

Für Ingenieure und Naturwissenschaftler

Mit zahlreichen Abbildungen und Rechenbeispielen
und einer ausführlichen Integraltafel

**Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler –
Klausur- und Übungsaufgaben**

632 Aufgaben mit ausführlichen Lösungen zum Selbststudium
und zur Prüfungsvorbereitung

**Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler –
Anwendungsbeispiele**

222 Aufgabenstellungen mit ausführlichen Lösungen

Lothar Papula

Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3

Vektoranalysis,
Wahrscheinlichkeitsrechnung,
Mathematische Statistik, Fehler- und
Ausgleichsrechnung

7. Auflage

Mit 550 Abbildungen, zahlreichen Beispielen aus
Naturwissenschaft und Technik sowie 295
Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen



Springer Vieweg

Lothar Papula
Wiesbaden, Deutschland

ISBN 978-3-658-11923-2
DOI 10.1007/978-3-658-11924-9

ISBN 978-3-658-11924-9 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1994, 1997, 1999, 2001, 2008, 2011, 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Lektorat: Thomas Zipsner

Abbildungen: Graphik & Text Studio Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Vorwort

Das dreibändige Werk **Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler** ist ein Lehr- und Arbeitsbuch für das *Grund-* und *Hauptstudium* der naturwissenschaftlich-technischen Disziplinen im Hochschulbereich. Es wird durch eine **mathematische Formelsammlung**, einen **Klausurentrainer** und ein Buch mit **Anwendungsbeispielen** zu einem kompakten *Lehr-* und *Lernsystem* ergänzt. Die Bände 1 und 2 lassen sich dem *Grundstudium* zuordnen, während der vorliegende dritte Band spezielle Themen aus dem *Hauptstudium* behandelt.

Zur Stoffauswahl des dritten Bandes

Im vorliegenden dritten Band werden die folgenden Stoffgebiete behandelt:

- **Vektoranalysis:** Kurven und Flächen, Skalar- und Vektorfelder, Gradient, Divergenz und Rotation, spezielle ebene und räumliche Koordinatensysteme, Linien- oder Kurvenintegrale, Oberflächenintegrale, Integralsätze von Gauß und Stokes
- **Wahrscheinlichkeitsrechnung:** Kombinatorik, Zufallsexperimente, Wahrscheinlichkeiten, Zufallsvariable, Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen, Kennwerte oder Maßzahlen einer Verteilung, spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen wie z. B. Binomial-, Poisson- oder Gaußverteilung, Verteilungen von mehreren Zufallsvariablen, Prüf- oder Testverteilungen wie z. B. Chi-Quadrat- oder *t*-Verteilung
- **Grundlagen der mathematischen Statistik:** Zufallsstichproben, Häufigkeitsverteilungen, Kennwerte oder Maßzahlen einer Stichprobe, Parameterschätzungen, Parameter-tests, Anpassungs- oder Verteilungstests wie z. B. der Chi-Quadrat-Test, Korrelation und Regression
- **Fehler- und Ausgleichsrechnung:** „Fehlerarten“ und Messabweichungen, statistische Verteilung der Messwerte und Messabweichungen, Auswertung einer Messreihe, Vertrauensbereiche, „Fehlerfortpflanzung“ nach Gauß (Varianzfortpflanzungsgesetz), Ausgleichs- oder Regressionskurven
- Im **Anhang (Teil A)** findet der Leser wichtige Tabellen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (auf *farbigem* Papier gedruckt).

Zur Darstellung des Stoffes

Auch in diesem Band wurde eine anschauliche, anwendungsorientierte und leicht verständliche Darstellungsform des mathematischen Stoffes gewählt. Begriffe, Zusammenhänge, Sätze und Formeln werden durch zahlreiche Beispiele aus Naturwissenschaft und Technik und anhand vieler Abbildungen näher erläutert.

Einen wesentlichen Bestandteil dieses Werkes bilden die **Übungsaufgaben** am Ende eines jeden Kapitels (nach Abschnitten geordnet). Sie dienen zum Einüben und Vertiefen des Stoffes. Die im **Anhang (Teil B)** dargestellten ausführlich kommentierten Lösungen ermöglichen dem Leser eine ständige Selbstkontrolle.

Zur äußeren Form

Zentrale Inhalte wie Definitionen, Sätze, Formeln, Tabellen, Zusammenfassungen und Beispiele sind besonders hervorgehoben:

- Definitionen, Sätze, Formeln und Zusammenfassungen sind *gerahmt* und *grau* unterlegt.
- Tabellen sind *gerahmt* und teilweise *grau* unterlegt.
- Anfang und Ende von Beispielen sind durch das Symbol ■ gekennzeichnet.

Bei der (bildlichen) Darstellung von Flächen und räumlichen Körpern wurden *Grauraster* unterschiedlicher Helligkeit verwendet, um besonders anschauliche und aussagekräftige Bilder zu erhalten.

Zum Einsatz von Computeralgebra-Programmen

In zunehmendem Maße werden leistungsfähige Computeralgebra-Programme wie z. B. MATLAB, MAPLE, MATHCAD oder MATHEMATICA bei der mathematischen Lösung kompakter naturwissenschaftlich-technischer Probleme in Praxis und Wissenschaft erfolgreich eingesetzt. Solche Programme können bereits im Grundstudium ein nützliches und sinnvolles *Hilfsmittel* sein und so z. B. als eine Art „*Kontrollinstanz*“ beim Lösen von Übungsaufgaben verwendet werden (Überprüfung der von *Hand* ermittelten Lösungen mit Hilfe eines Computeralgebra-Programms auf einem PC). Die meisten der in diesem Werk gestellten Aufgaben lassen sich auf diese Weise problemlos lösen.

Zur 7. Auflage

Die **Lösungen** der zahlreichen Übungsaufgaben wurden komplett überarbeitet und wesentlich ausführlicher dargestellt (mit allen Zwischenschritten und Zwischenergebnissen). Gerade für Studienanfänger sind detaillierte Lösungswege besonders hilfreich für ein erfolgreiches Studium. Kürzen eines gemeinsamen Faktors in komplizierten Brüchen wird in der Regel durch Grauunterlegung gekennzeichnet. Alle Angaben über Integrale beziehen sich auf die *Integraltafel* der **Mathematischen Formelsammlung** des Autors.

Eine Bitte des Autors

Für Hinweise und Anregungen – insbesondere auch aus dem Kreis der Studentenschaft – bin ich stets sehr dankbar. Sie sind eine unverzichtbare Voraussetzung und Hilfe für die permanente Verbesserung dieses Lehrwerkes.

Ein Wort des Dankes . . .

. . . an alle Fachkollegen und Studierenden, die durch Anregungen und Hinweise zur Verbesserung dieses Werkes beigetragen haben,

. . . an die Mitarbeiter des Verlages, besonders an Herrn Thomas Zipsner, für die hervorragende Zusammenarbeit während der Entstehung und Drucklegung dieses Werkes,

. . . an Frau Diane Schulz von der Beltz Bad Langensalza GmbH für den ausgezeichneten mathematischen Satz,

. . . an Herrn Dr. Wolfgang Zettlmeier für die hervorragende Qualität der Abbildungen.

Wiesbaden, im Frühjahr 2016

Lothar Papula

Inhaltsverzeichnis

I Vektoranalysis	1
1 Ebene und räumliche Kurven	1
1.1 Vektorielle Darstellung einer Kurve	1
1.2 Differentiation eines Vektors nach einem Parameter	4
1.2.1 Ableitung eines Vektors	4
1.2.2 Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor eines Massenpunktes ..	9
1.3 Bogenlänge einer Kurve	12
1.4 Tangenten- und Hauptnormaleneinheitsvektor	16
1.5 Krümmung einer Kurve	21
1.6 Ein Anwendungsbeispiel: Zerlegung von Geschwindigkeit und Beschleuni- gung in Tangential- und Normalkomponenten	27
2 Flächen im Raum	31
2.1 Vektorielle Darstellung einer Fläche	31
2.2 Flächenkurven	35
2.3 Tangentialebene, Flächennormale, Flächenelement	37
2.4 Flächen vom Typ $z = f(x; y)$	43
3 Skalar- und Vektorfelder	47
3.1 Ein einführendes Beispiel	47
3.2 Skalarfelder	50
3.3 Vektorfelder	52
3.4 Spezielle Vektorfelder aus Physik und Technik	55
3.4.1 Homogenes Vektorfeld	55
3.4.2 Kugel- oder radialsymmetrisches Vektorfeld (Zentralfeld)	56
3.4.3 Zylinder- oder axialsymmetrisches Vektorfeld	58
3.4.4 Zusammenstellung der behandelten Vektorfelder	59
4 Gradient eines Skalarfeldes	60
4.1 Definition und Eigenschaften des Gradienten	60
4.2 Richtungsableitung	64
4.3 Flächen vom Typ $F(x; y; z) = 0$	66
4.4 Ein Anwendungsbeispiel: Elektrisches Feld einer Punktladung	68
5 Divergenz und Rotation eines Vektorfeldes	70
5.1 Divergenz eines Vektorfeldes	70
5.1.1 Ein einführendes Beispiel	70
5.1.2 Definition und Eigenschaften der Divergenz	74
5.1.3 Ein Anwendungsbeispiel: Elektrisches Feld eines homogen geladenen Zylinders	77

5.2	Rotation eines Vektorfeldes	79
5.2.1	Definition und Eigenschaften der Rotation	79
5.2.2	Ein Anwendungsbeispiel: Geschwindigkeitsfeld einer rotierenden Scheibe	83
5.3	Spezielle Vektorfelder	85
5.3.1	Quellenfreies Vektorfeld	85
5.3.2	Wirbelfreies Vektorfeld	87
5.3.3	Laplace- und Poisson-Gleichung	89
5.3.4	Ein Anwendungsbeispiel: Potentialgleichung des elektrischen Feldes ..	93
6	Spezielle ebene und räumliche Koordinatensysteme	94
6.1	Polarkoordinaten	94
6.1.1	Definition und Eigenschaften der Polarkoordinaten	94
6.1.2	Darstellung eines Vektors in Polarkoordinaten	95
6.1.3	Darstellung von Gradient, Divergenz, Rotation und Laplace-Operator in Polarkoordinaten	101
6.1.4	Ein Anwendungsbeispiel: Geschwindigkeitsvektor bei einer gleichförmigen Kreisbewegung	105
6.2	Zylinderkoordinaten	107
6.2.1	Definition und Eigenschaften der Zylinderkoordinaten	107
6.2.2	Darstellung eines Vektors in Zylinderkoordinaten	111
6.2.3	Darstellung von Gradient, Divergenz, Rotation und Laplace-Operator in Zylinderkoordinaten	116
6.2.4	Zylindersymmetrische Vektorfelder	119
6.2.5	Ein Anwendungsbeispiel: Geschwindigkeitsvektor eines Massenpunktes in Zylinderkoordinaten	121
6.3	Kugelkoordinaten	124
6.3.1	Definition und Eigenschaften der Kugelkoordinaten	124
6.3.2	Darstellung eines Vektors in Kugelkoordinaten	129
6.3.3	Darstellung von Gradient, Divergenz, Rotation und Laplace-Operator in Kugelkoordinaten	135
6.3.4	Kugel- oder radialsymmetrische Vektorfelder (Zentralfelder)	137
6.3.5	Ein Anwendungsbeispiel: Potential und elektrische Feldstärke in der Umgebung einer homogen geladenen Kugel	140
7	Linien- oder Kurvenintegrale	143
7.1	Ein einführendes Beispiel	143
7.2	Definition eines Linien- oder Kurvenintegrals	146
7.3	Berechnung eines Linien- oder Kurvenintegrals	148
7.4	Wegunabhängigkeit eines Linien- oder Kurvenintegrals. Konservative Vektorfelder	152
7.5	Anwendungsbeispiele aus Physik und Technik	163
7.5.1	Kugel- oder radialsymmetrische Vektorfelder (Zentralfelder)	163
7.5.2	Magnetfeld eines stromdurchflossenen linearen Leiters	164
7.5.3	Elektrisches Feld in der Umgebung eines homogen geladenen Drahtes	165
7.6	Arbeitsintegral	167
7.6.1	Arbeit eines Kraftfeldes	167
7.6.2	Ein Anwendungsbeispiel: Elektronen im Magnetfeld	168

8 Oberflächenintegrale	170
8.1 Ein einführendes Beispiel	170
8.2 Definition eines Oberflächenintegrals	175
8.3 Berechnung eines Oberflächenintegrals	177
8.3.1 Oberflächenintegral in speziellen (symmetriegerechten) Koordinaten ..	178
8.3.2 Oberflächenintegral in Flächenparametern	190
8.4 Anwendungsbeispiele aus Physik und Technik	195
8.4.1 Fluss eines homogenen Vektorfeldes durch die Oberfläche eines Würfels	195
8.4.2 Fluss eines zylinder- oder axialsymmetrischen Vektorfeldes durch die Oberfläche eines Zylinders	199
8.4.3 Fluss eines kugel- oder radialsymmetrischen Vektorfeldes durch die Oberfläche einer Kugel	202
9 Integralsätze von Gauß und Stokes	205
9.1 Gaußscher Integralsatz	205
9.1.1 Ein einführendes Beispiel	205
9.1.2 Gaußscher Integralsatz im Raum	207
9.1.3 Gaußscher Integralsatz in der Ebene	211
9.2 Stokesscher Integralsatz	214
9.3 Anwendungsbeispiele aus Physik und Technik	222
9.3.1 Elektrisches Feld eines homogen geladenen Zylinders	222
9.3.2 Magnetfeld eines stromdurchflossenen linearen Leiters	227
Übungsaufgaben	230
Zu Abschnitt 1	230
Zu Abschnitt 2	232
Zu Abschnitt 3	234
Zu Abschnitt 4	236
Zu Abschnitt 5	237
Zu Abschnitt 6	239
Zu Abschnitt 7	242
Zu Abschnitt 8	245
Zu Abschnitt 9	248
 II Wahrscheinlichkeitsrechnung	 251
1 Hilfsmittel aus der Kombinatorik	251
1.1 Urnenmodell	251
1.2 Permutationen	252
1.3 Kombinationen	255
1.4 Variationen	260
1.5 Tabellarische Zusammenstellung der wichtigsten Formeln	264
2 Grundbegriffe	264
2.1 Einführende Beispiele	264
2.2 Zufallsexperimente	268

2.3	Elementarereignisse und Ergebnismenge eines Zufallsexperiments	269
2.4	Ereignisse und Ereignisraum	270
2.5	Verknüpfungen von Ereignissen	273
3	Wahrscheinlichkeit	276
3.1	Laplace-Experimente	276
3.2	Wahrscheinlichkeitsaxiome	281
3.2.1	Eigenschaften der relativen Häufigkeiten	281
3.2.2	Wahrscheinlichkeitsaxiome von Kolmogoroff	284
3.2.3	Festlegung unbekannter Wahrscheinlichkeiten in der Praxis („statistische“ Definition der Wahrscheinlichkeit)	286
3.2.4	Wahrscheinlichkeitsraum	287
3.3	Additionssatz für beliebige Ereignisse	290
3.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit	292
3.5	Multiplikationssatz	295
3.6	Stochastisch unabhängige Ereignisse	299
3.7	Ereignisbäume	302
3.8	Totale Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses und Bayessche Formel	308
4	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen	315
4.1	Zufallsvariable oder Zufallsgrößen	315
4.1.1	Einführende Beispiele	315
4.1.2	Definition einer Zufallsvariablen	317
4.2	Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen	318
4.3	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen (diskrete Verteilung)	319
4.4	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer stetigen Zufallsvariablen (stetige Verteilung)	327
5	Kennwerte oder Maßzahlen einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	335
5.1	Erwartungswert einer Zufallsvariablen	336
5.1.1	Ein einführendes Beispiel	336
5.1.2	Erwartungswert einer diskreten Zufallsvariablen	336
5.1.3	Erwartungswert einer stetigen Zufallsvariablen	337
5.2	Erwartungswert einer Funktion	339
5.3	Mittelwert, Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufalls- variablen	340
5.4	Mittelwert, Varianz und Standardabweichung einer stetigen Zufalls- variablen	344
5.5	Mittelwert und Varianz einer linearen Funktion	348
6	Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen	350
6.1	Binomialverteilung	350
6.2	Hypergeometrische Verteilung	361
6.3	Poisson-Verteilung	367

6.4	Gaußsche Normalverteilung	371
6.4.1	Allgemeine Normalverteilung	371
6.4.2	Standardnormalverteilung	374
6.4.3	Erläuterungen zur tabellierten Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung	376
6.4.4	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der tabellierten Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung	378
6.4.5	Quantile der Standardnormalverteilung	388
6.5	Exponentialverteilung	390
6.6	Zusammenhang zwischen der Binomialverteilung und der Gaußschen Normalverteilung	393
6.7	Approximation einer diskreten Verteilung durch eine andere Verteilung, insbesondere durch die Normalverteilung	401
7	Wahrscheinlichkeitsverteilungen von mehreren Zufallsvariablen	403
7.1	Ein einführendes Beispiel	403
7.2	Zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen	406
7.2.1	Verteilungsfunktion einer zweidimensionalen Zufallsvariablen	406
7.2.2	Diskrete zweidimensionale Verteilung	408
7.2.3	Stetige zweidimensionale Verteilung	411
7.3	Stochastisch unabhängige Zufallsvariable	417
7.4	Funktionen von mehreren Zufallsvariablen	423
7.5	Summen und Produkte von Zufallsvariablen	425
7.5.1	Additionssatz für Mittelwerte	425
7.5.2	Multiplikationssatz für Mittelwerte	427
7.5.3	Additionssatz für Varianzen	430
7.5.4	Eigenschaften einer Summe von stochastisch unabhängigen und normalverteilten Zufallsvariablen	433
7.6	Über die große Bedeutung der Gaußschen Normalverteilung in den Anwendungen	436
7.6.1	Zentraler Grenzwertsatz	436
7.6.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Summe von Zufallsvariablen	438
7.6.3	Grenzwertsatz von Moivre-Laplace	440
8	Prüf- oder Testverteilungen	441
8.1	Chi-Quadrat-Verteilung	441
8.2	t -Verteilung von Student	446
Übungsaufgaben		451
	Zu Abschnitt 1	451
	Zu Abschnitt 2	453
	Zu Abschnitt 3	454
	Zu Abschnitt 4	457
	Zu Abschnitt 5	459
	Zu Abschnitt 6	462
	Zu Abschnitt 7	467

III Grundlagen der mathematischen Statistik	471
1 Grundbegriffe	471
1.1 Ein einführendes Beispiel	471
1.2 Zufallsstichproben aus einer Grundgesamtheit	472
1.3 Häufigkeitsverteilung einer Stichprobe	474
1.3.1 Häufigkeitsfunktion einer Stichprobe	474
1.3.2 Verteilungsfunktion einer Stichprobe	477
1.3.3 Gruppierung der Stichprobenwerte bei umfangreichen Stichproben (Einteilung in Klassen)	479
2 Kennwerte oder Maßzahlen einer Stichprobe	485
2.1 Mittelwert, Varianz und Standardabweichung einer Stichprobe	486
2.2 Spezielle Berechnungsformeln für die Kennwerte einer Stichprobe	489
2.2.1 Berechnung der Kennwerte unter Verwendung der Häufigkeits- funktion	489
2.2.2 Berechnung der Kennwerte einer gruppierten Stichprobe	491
3 Statistische Schätzmethoden für die unbekannt Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung („Parameterschätzungen“)	493
3.1 Aufgaben der Parameterschätzung	493
3.2 Schätzfunktionen und Schätzwerte für die unbekannt Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung („Punktschätzungen“)	494
3.2.1 Ein einführendes Beispiel	495
3.2.2 Schätz- und Stichprobenfunktionen	495
3.2.3 Schätzungen für den Mittelwert μ	498
3.2.4 Schätzungen für die Varianz σ^2	499
3.2.5 Schätzungen für einen Anteilswert p (Parameter p einer Binomial- verteilung)	500
3.2.6 Tabellarische Zusammenstellung der wichtigsten Schätzfunktionen und ihrer Schätzwerte	500
3.3 Ein Verfahren zur Gewinnung von Schätzfunktionen	503
3.3.1 Maximum-Likelihood-Methode	504
3.3.2 Anwendungen auf spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen	506
3.3.2.1 Binomialverteilung	506
3.3.2.2 Poisson-Verteilung	508
3.3.2.3 Gaußsche Normalverteilung	511
3.4 Vertrauens- oder Konfidenzintervalle für die unbekannt Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung („Intervallschätzungen“)	514
3.4.1 Vertrauens- oder Konfidenzintervalle und statistische Sicherheit	514
3.4.2 Vertrauensintervalle für den unbekannt Parameter Mittelwert μ einer Normal- verteilung bei bekannter Varianz σ^2	518
3.4.3 Vertrauensintervalle für den unbekannt Parameter Mittelwert μ einer Normal- verteilung bei unbekannter Varianz σ^2	525
3.4.4 Vertrauensintervalle für die unbekannt Parameter Varianz σ^2 einer Normal- verteilung	530

3.4.5	Vertrauensintervalle für einen unbekanntem Anteilswert p (Parameter p einer Binomialverteilung).....	534
3.4.6	Vertrauensintervalle für den unbekanntem Mittelwert μ einer beliebigen Verteilung	539
4	Statistische Prüfverfahren für die unbekanntem Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung („Parametertests“)	540
4.1	Ein einführendes Beispiel	540
4.2	Statistische Hypothesen und Parametertests	544
4.3	Planung und Durchführung eines Parametertests	545
4.4	Mögliche Fehlerquellen bei einem Parametertest	550
4.5	Spezielle Parametertests	555
4.5.1	Tests für den unbekanntem Mittelwert μ einer Normalverteilung bei bekanntem Varianz σ^2	555
4.5.2	Tests für den unbekanntem Mittelwert μ einer Normalverteilung bei unbekanntem Varianz σ^2	564
4.5.3	Tests für die Gleichheit der unbekanntem Mittelwerte μ_1 und μ_2 zweier Normalverteilungen (Differenzentests)	569
4.5.3.1	Abhängige und unabhängige Stichproben	569
4.5.3.2	Differenzentests bei abhängigen Stichproben	571
4.5.3.3	Differenzentests bei unabhängigen Stichproben	576
4.5.4	Tests für die unbekanntem Varianz σ^2 einer Normalverteilung	588
4.5.5	Tests für einen unbekanntem Anteilswert p (Parameter p einer Binomialverteilung).....	593
4.6	Ein Anwendungsbeispiel: Statistische Qualitätskontrolle unter Verwendung von Kontrollkarten	599
5	Statistische Prüfverfahren für die unbekanntem Verteilungsfunktion einer Wahrscheinlichkeitsverteilung („Anpassungs- oder Verteilungstests“)	604
5.1	Aufgaben eines Anpassungs- oder Verteilungstests	604
5.2	Ein einführendes Beispiel	605
5.3	Chi-Quadrat-Test („ χ^2 -Test“)	607
6	Korrelation und Regression	620
6.1	Korrelation	620
6.1.1	Korrelationskoeffizient einer zweidimensionalen Stichprobe	620
6.1.2	Korrelationskoeffizient einer zweidimensionalen Grundgesamtheit ...	630
6.2	Regression	633
Übungsaufgaben	639
Zu Abschnitt 1	639
Zu Abschnitt 2	641
Zu Abschnitt 3	642
Zu Abschnitt 4	644
Zu Abschnitt 5	647
Zu Abschnitt 6	648

IV Fehler- und Ausgleichsrechnung	650
1 „Fehlerarten“ (systematische und zufällige Messabweichungen).	
Aufgaben der Fehler- und Ausgleichsrechnung	650
2 Statistische Verteilung der Messwerte und Messabweichungen („Messfehler“)	654
2.1 Häufigkeitsverteilungen	654
2.2 Normalverteilte Messgrößen	656
3 Auswertung einer Messreihe	662
3.1 Mittelwert und Standardabweichung	662
3.2 Vertrauensbereich für den Mittelwert μ , Messunsicherheit, Messergebnis ...	670
4 „Fehlerfortpflanzung“ nach Gauß	679
4.1 Ein einführendes Beispiel	679
4.2 Mittelwert einer „indirekten“ Messgröße	680
4.3 Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz (Varianzfortpflanzungsgesetz).....	683
4.4 Messergebnis für eine „indirekte“ Messgröße	687
5 Ausgleichs- oder Regressionskurven	694
5.1 Ein einführendes Beispiel	694
5.2 Ausgleichung nach der „Gaußschen Methode der kleinsten Quadrate“	696
5.3 Ausgleichs- oder Regressionsgerade	701
5.3.1 Bestimmung der Parameter einer Ausgleichsgeraden	701
5.3.2 Streuungsmaße und Unsicherheiten bei der Parameterbestimmung ...	709
5.4 Ausgleichs- oder Regressionsparabel	715
5.5 Nichtlineare Ausgleichsprobleme, die auf die lineare Regression zurück- führbar sind	719
Übungsaufgaben	730
Zu Abschnitt 3	730
Zu Abschnitt 4	732
Zu Abschnitt 5	734

Anhang	739
Teil A: Tabellen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	740
Tabelle 1: Verteilungsfunktion $\phi(u)$ der Standardnormalverteilung	740
Tabelle 2: Quantile der Standardnormalverteilung	742
Tabelle 3: Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung	744
Tabelle 4: Quantile der t -Verteilung von „Student“	746
Teil B: Lösungen der Übungsaufgaben	749
I Vektoranalysis	750
Abschnitt 1	750
Abschnitt 2	753
Abschnitt 3	757
Abschnitt 4	760
Abschnitt 5	763
Abschnitt 6	769
Abschnitt 7	777
Abschnitt 8	783
Abschnitt 9	790
II Wahrscheinlichkeitsrechnung	796
Abschnitt 1	796
Abschnitt 2	797
Abschnitt 3	798
Abschnitt 4	801
Abschnitt 5	804
Abschnitt 6	808
Abschnitt 7	814
III Grundlagen der mathematischen Statistik	819
Abschnitt 1	819
Abschnitt 2	824
Abschnitt 3	826
Abschnitt 4	829
Abschnitt 5	836
Abschnitt 6	840
IV Fehler- und Ausgleichsrechnung	844
Abschnitt 3	844
Abschnitt 4	847
Abschnitt 5	851
Literaturhinweise	859
Sachwortverzeichnis	860

Inhaltsübersicht Band 1

Kapitel I: Allgemeine Grundlagen

- 1 Einige grundlegende Begriffe über Mengen
- 2 Die Menge der reellen Zahlen
- 3 Gleichungen
- 4 Ungleichungen
- 5 Lineare Gleichungssysteme
- 6 Der Binomische Lehrsatz

Kapitel II: Vektoralgebra

- 1 Grundbegriffe
- 2 Vektorrechnung in der Ebene
- 3 Vektorrechnung im 3-dimensionalen Raum
- 4 Anwendungen in der Geometrie

Kapitel III: Funktionen und Kurven

- 1 Definition und Darstellung einer Funktion
- 2 Allgemeine Funktionseigenschaften
- 3 Koordinatentransformationen
- 4 Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion
- 5 Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen)
- 6 Gebrochenrationale Funktionen
- 7 Potenz- und Wurzelfunktionen
- 8 Kegelschnitte
- 9 Trigonometrische Funktionen
- 10 Arkusfunktionen
- 11 Exponentialfunktionen
- 12 Logarithmusfunktionen
- 13 Hyperbel- und Areafunktionen

Kapitel IV: Differentialrechnung

- 1 Differenzierbarkeit einer Funktion
- 2 Ableitungsregeln
- 3 Anwendungen der Differentialrechnung

Kapitel V: Integralrechnung

- 1 Integration als Umkehrung der Differentiation
- 2 Das bestimmte Integral als Flächeninhalt
- 3 Unbestimmtes Integral und Flächenfunktion
- 4 Der Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung
- 5 Grund- oder Stammintegrale
- 6 Berechnung bestimmter Integrale unter Verwendung einer Stammfunktion
- 7 Elementare Integrationsregeln
- 8 Integrationsmethoden
- 9 Uneigentliche Integrale
- 10 Anwendungen der Integralrechnung

Kapitel VI: Potenzreihenentwicklungen

- 1 Unendliche Reihen
- 2 Potenzreihen
- 3 Taylor-Reihen

Kapitel VII: Komplexe Zahlen und Funktionen

- 1 Definition und Darstellung einer komplexen Zahl
- 2 Komplexe Rechnung
- 3 Anwendungen der komplexen Rechnung
- 4 Ortskurven

Anhang: Lösungen der Übungsaufgaben

Inhaltsübersicht Band 2

Kapitel I: Lineare Algebra

- 1 Vektoren
- 2 Reelle Matrizen
- 3 Determinanten
- 4 Ergänzungen
- 5 Lineare Gleichungssysteme
- 6 Komplexe Matrizen
- 7 Eigenwerte und Eigenvektoren einer quadratischen Matrix

Kapitel II: Fourier-Reihen

- 1 Fourier-Reihe einer periodischen Funktion
- 2 Anwendungen

Kapitel III: Differential- und Integralrechnung für Funktionen von mehreren Variablen

- 1 Funktionen von mehreren Variablen
- 2 Partielle Differentiation
- 3 Mehrfachintegrale

Kapitel IV: Gewöhnliche Differentialgleichungen

- 1 Grundbegriffe
- 2 Differentialgleichungen 1. Ordnung
- 3 Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten
- 4 Anwendungen in der Schwingungslehre
- 5 Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten
- 6 Numerische Integration einer Differentialgleichung
- 7 Systeme linearer Differentialgleichungen

Kapitel V: Fourier-Transformationen

- 1 Grundbegriffe
- 2 Spezielle Fourier-Transformationen
- 3 Wichtige „Hilfsfunktionen“ in den Anwendungen
- 4 Eigenschaften der Fourier-Transformation (Transformationsätze)
- 5 Rücktransformation aus dem Bildbereich in den Originalbereich
- 6 Anwendungen der Fourier-Transformation

Kapitel VI: Laplace-Transformationen

- 1 Grundbegriffe
- 2 Eigenschaften der Laplace-Transformation (Transformationsätze)
- 3 Laplace-Transformierte einer periodischen Funktion
- 4 Rücktransformation aus dem Bildbereich in den Originalbereich
- 5 Anwendungen der Laplace-Transformation

Anhang: Lösungen der Übungsaufgaben



<http://www.springer.com/978-3-658-11923-2>

Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler

Band 3

Vektoranalysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung,

Mathematische Statistik, Fehler- und

Ausgleichsrechnung

Papula, L.

2016, XXI, 870 S. 550 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-11923-2