Vorwort zur zweiten Auflage

Die zweite Auflage unseres Buches erscheint nicht nur im neuen LaTeX-Design des Verlages, sondern stellt auch eine gründliche Überarbeitung und Erweiterung der ersten Auflage dar. Insbesondere flossen zahlreiche Anregungen von Kollegen, die unser Lehrbuch referiert beziehungsweise in ihren Lehrveranstaltungen genutzt haben, in die Überarbeitung ein. Für diese wertvollen Hinweise sind wir den Kollegen sehr dankbar. Unser besonderer Dank gilt Herrn J. Siegert und Herrn G. Stoyan. Für die Anregungen und Hinweise, die wir von unseren eigenen Studierenden an der Technischen Universität Dresden (Deutschland), an der Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (Deutschland) und an der Johannes Kepler Universität Linz (Österreich) seit dem Erscheinen der ersten Auflage des Buches im Jahre 2001 erhalten haben, sind wir ebenfalls sehr dankbar.

Im einführenden Kapitel 1 haben wir vor allem den Abschnitt 1.3 überarbeitet. Die Beschreibung von elektrischen und magnetischen Feldern sowie entsprechende Rechenbeispiele werden jetzt in einem Unterabschnitt zusammengeführt und aus den vollen Maxwellschen Gleichungen hergeleitet.

Im Kapitel 2 beschreiben wir jetzt neben der Modellierung typischer stationärer und instationärer Wärmeleitprobleme auch die mathematische Modellierung charakteristischer Probleme aus der linearen Elastostatik und Elastodynamik.

Die Gliederung des Kapitels 3 zur Finite-Elemente-Methode für Randwertprobleme in eindimensionalen Gebieten entspricht der aus der ersten Auflage des Buches. Einzelne Teilschritte wie zum Beispiel bei der Erläuterung des Assemblierungsalgorithmus oder bei der Herleitung von Diskretisierungsfehlerabschätzungen sind jetzt detaillierter ausgeführt. Zur Demonstration des elementweisen Aufbaus des FE-Gleichungssystem wurde im Abschnitt 3.4 ein Beispiel eingefügt. Den Abschnitt 3.8 zu den Diskretisierungsfehlerabschätzungen haben wir durch ein Beispiel ergänzt, anhand dessen der Einfluss der Glattheit der Lösung und des Polynomgrades der Ansatzfunktionen auf die Konvergenzordnung verdeutlicht wird.

Das Kapitel 4 zur FEM für mehrdimensionale Randwertprobleme wurde wesentlich überarbeitet und erweitert. Der Abschnitt 4.5.1 enthält jetzt ein weiteres Beispiel zur Netzgenerierung mittels Produktmethoden. Außerdem wird der Advancing-Front-Algorithmus durch weitere Abbildungen demonstriert. Zusätzlich sind Erläuterungen zu Delaunay-Vernetzungen in diesen Abschnitt aufgenommen worden. Bei den Netzverfeinerungstechniken wurde die Bisektionsmethode hinzugefügt. Der Abschnitt 4.5.4 enthält jetzt ein Beispiel anhand dessen die Anhängigkeit des Diskretisierungsfehlers von der verwendeten Diskretisierungsschrittweite und dem Polynomgrad der Ansatzfunktionen gezeigt wird. Außerdem wird eine Möglichkeit diskutiert, wie zum Beispiel bei Gebieten mit einspringenden Ecken im Gebietsrand mit Hilfe sogenannter graduiert verfeinerter Netze die Konvergenz verbessert werden kann. Anhand numerischer Beispiele wird dies dann demonstriert. Seit mehreren Jahren finden adaptive FE-Algorithmen auf der Basis von a posteriori Fehlerschätzungen eine immer breitere Anwendung. Deshalb erläutern wir detailliert die Konstruktion eines sogenannten residuenbasierten Fehlerschätzers und geben andere Fehlerschätzer überblicksartig an. Der Abschnitt 4.5.6 zur Approximation krummliniger Ränder wurde durch ein Beispiel ergänzt, welches die Konvergenz der FE-Lösung in Abhängigkeit von der verwendeten Randapproximation zeigt. Der Abschnitt 4.5.7 wurde wesentlich erweitert. Er enthält jetzt vier vollständig vorgerechnete Beispiele, nämlich die Lösung eines Wärmeleitproblems in einem ebenen Gebiet unter Verwendung von Dreieckelementen mit stückweise linearen und stückweise quadratischen Ansatzfunktionen, die Lösung eines Wärmeleitproblems in einem dreidimensionalen Gebiet unter Einsatz von Hexaederelementen sowie die Lösung eines ebenen linearen Elastizitätsproblems unter Nutzung von Viereckselementen mit bilinearen Ansatzfunktionen.

Der Beschreibung von direkten und iterativen Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme im Kapitel 5 ist jetzt ein Abschnitt vorangestellt, in welchem Grundbegriffe aus der linearen Algebra zusammengestellt sind, die später bei der Diskussion der Eigenschaften der Lösungsverfahren benötigt werden. Außerdem werden Eigenschaften der FE-Gleichungssysteme diskutiert. Der Abschnitt zu den direkten Lösungsverfahren wurde wesentlich erweitert. Zunächst werden Lösungsverfahren zur Lösung von Gleichungssystemen mit einer Dreiecksmatrix als Systemmatrix beschrieben. Anschließend erläutern wir die Grundidee des Gaußschen Eliminationsverfahrens. Neben dem Cholesky-Verfahren zur Lösung von Gleichungssystemen mit einer symmetrischen, positiv definiten Systemmatrix beschreiben wir auch ein Lösungsverfahren basierend auf der LDL^T-Faktorisierung der Systemmatrix. Neu in diesem Kapitel ist auch die Beschreibung von Profilminimierungsalgorithmen wie des Cuthill-McKee-Algorithmus und des Minimalgrad-Algorithmus. Bezüglich der iterativen Lösung linearer Gleichungssysteme haben wir im Abschnitt 5.3.4 eine Motivation für die Idee von Mehrgitterverfahren hinzugefügt.

Im Kapitel 6 studieren wir im neuen Abschnitt 6.4.5 das numerische Verhalten von exakten und inexakten Newton-Verfahren zur Lösung nichtlinearer, zweidimensionaler Magnetfeldprobleme, wie sie bei der Berechnung elektrischer Maschinen auftreten.

Abgesehen von der Aktualisierung der Literaturreferenzen ist das Kapitel 7 im Wesentlichen unverändert geblieben.

Die Stabilitätsbegriffe spielen insbesondere bei der numerischen Lösung von Systemen gewöhnlicher Differentialgleichungen eine zentrale Rolle. Bei expliziten Verfahren führt die Verletzung der Stabilitätsbedingung zu unbrauchbaren Lösungen. Wir haben im Kapitel 8 einfache numerische Beispiele in den Text aufgenommen, um das Stabilitätsphänomen numerisch erlebbar zu machen. Neu sind auch die Abschnitte 8.2.5 und 8.3. Im Abschnitt 8.2.5 geben wir praktische Hinweise zu einfachen Zeitschrittsteuerungen, die auf Schätzungen des lokalen Fehlers beruhen. Der Abschnitt 8.3 gibt eine kompakte Einführung in die große Klasse der Mehrschrittverfahren.

Natürlich ist auch das Literaturverzeichnis gewachsen, da viele neue Publikationen zur Methode der finiten Elemente erschienen sind. Darunter sind neue Lehrbücher und Monographien, die einerseits die Methode weiterentwickeln und andererseits neue Anwendungsfelder im Wissenschaftlichen Rechnen erschließen.

Das Buch enthält eine Vielzahl von vorgerechneten oder numerischen Beispielen, aber keine Übungsaufgaben. Eine Sammlung von Übungsaufgaben zu den Kapiteln 2 bis 8 kann von unserer privaten Buch-Homepage

`http://www.informatik.htw-dresden.de/~mjung/fem-simu/`

an der Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (Deutschland) heruntergeladen werden. Damit ist es uns möglich, die Sammlung der Übungsaufgaben jederzeit dynamisch zu erweitern und zu verbessern. Auf der privaten Buch-Homepage findet der Leser außerdem Lehrsoftware und aktuelle Informationen zum Buch wie zum Beispiel neue Literaturreferenzen.

Wie schon erwähnt, haben viele Kollegen und unsere Studenten zur Verbesserung dieses Lehrbuchs beigetragen. Viele Anregungen und Hinweise sind in die zweite Auflage eingeflossen. Besonders möchten wir uns an dieser Stelle nochmals bei S. Beuchler, B. Jung, M. Kohlbauer, C. Pechstein und W. Zulehner für das Korrekturlesen bedanken.

Die numerischen Beispiele aus dem Kapitel 6 zu den nichtlinearen Magnetfeldproblemen wurden von C. Pechstein mit dem Programm `ParMax` gerechnet (siehe auch `http://www.numa.uni-linz.ac.at/P19255/software.shtml`). M. Kohlbauer hat alle numerischen Experimente zu den Ein- und Mehrschrittverfahren aus dem Kapitel 8 durchgeführt.

Unser Dank gilt auch allen, die an der Erstellung der Lehrprogramme mitgearbeitet haben. Das FE-Demonstrationsprogramm für Randwertprobleme in eindimensionalen Gebieten haben die Studenten St. Höhlig, S. Knobloch, M. Meinert, S. Poschenrieder und F. Rath von der Fakultät Informatik/Mathematik der Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden erarbeitet. Die Lehrprogramme zur Demonstration der FE-Methode für Randwertprobleme in zwei- und dreidimensionalen Gebieten haben die Studenten A. Boffy, J. Simon, D. Benoit und A. Vogt-Schilb von der École Nationale des Ponts et Chaussés in Paris während ihres Praktikums am Institut für Wissenschaftliches Rechnen der TU Dresden erstellt.

Besonders bedanken möchten wir uns auch bei Frau K. Hoffmann und Herrn U. Sandten vom Verlag Springer Vieweg für die stets freundliche und konstruktive Zusammenarbeit.

Über Hinweise und Verbesserungsvorschäge der Leser würden wir uns wieder freuen. Schicken Sie diese bitte direkt per Email an

`mjung@informatik.htw-dresden.de`

oder

`ulanger@numa.uni-linz.ac.at` .

Dresden und Linz, Oktober 2012 M. Jung und U. Langer

Vorwort

Das vorliegende Lehrbuch entstand auf der Grundlage von Vorlesungen zum Thema „Numerik partieller Differentialgleichungen“, welche die Autoren in den letzten Jahren für Ingenieurstudenten an der Technischen Universität Chemnitz (Deutschland) und an der Johannes Kepler Universität Linz (Österreich) im Umfang von 3 bis 4 Semesterwochenstunden gehalten haben.

Das Lehrbuch ist als eine Einführung in die numerische Lösung partieller Differentialgleichungen und in das dazu notwendige Handwerkszeug aus der Numerischen Mathematik, das an den entsprechenden Stellen eingespielt wird, gedacht. Ein derartiges Buch kann natürlich keine umfassende Darlegung aller bekannten Diskretisierungsmethoden beinhalten und es kann erst recht nicht alle numerischen Verfahren darstellen. Wir haben uns auf die Beschreibung der Finite-Elemente-Methode (FEM) konzentriert, da diese die wohl am häufigsten genutzte Methode in Ingenieuranwendungen ist.

Im ersten Kapitel beschreiben wir verschiedene physikalische Sachverhalte, welche durch partielle Differentialgleichungen modelliert werden können. Mit der Auswahl von Problemen aus der Thermodynamik, der Elektrostatik, der Magnetostatik und der Festkörpermechanik soll dem Leser verdeutlicht werden, dass in vielen Anwendungsgebieten partielle Differentialgleichungen bei der Modellierung entstehen.

Während im ersten Kapitel verschiedene physikalische Erscheinungen und ihre mathematische Formulierung nur zusammenfassend dargelegt sind, wird im zweiten Kapitel der Weg von der physikalischen Erscheinung zum mathematischen Modell am Beispiel der stationären und der instationären Wärmeleitung beschrieben. Die hergeleiteten Differentialgleichungen dienen in den folgenden Kapiteln als Modellbeispiele bei der Beschreibung der FEM.

Um einen ersten Einstieg in die Idee von Diskretisierungsverfahren zu erhalten, wird im Kapitel 3 die FEM für eindimensionale Probleme erläutert. Dabei beschreiben wir ausgehend von der Wärmeleitgleichung in differentieller Form alle Schritte, die bei einer Finite-Elemente-Diskretisierung erforderlich sind, d.h. den Übergang zur verallgemeinerten Formulierung (Variationsformulierung), die Diskretisierung des Rechengebietes (Intervall), die Wahl der Ansatzfunktionen, den Aufbau des Finite-Elemente-Gleichungssystems, die Lösung dieser Gleichungssysteme und Fehlerabschätzungen.

Das Kapitel 4 ist der FEM für elliptische Randwertaufgaben (RWA) in mehrdimensionalen Gebieten gewidmet. Zunächst beschreiben wir allgemein das Ritz- und das Galerkin-Verfahren als mögliche Diskretisierungsverfahren. Anschließend wird die Finite-Elemente-Methode als spezielles Ritz-Galerkin-Verfahren erläutert. Wir beschreiben die Teilschritte der Finite-Elemente-Diskretisierung im Detail und illustrieren sie ausführlich am Beispiel der linearen Dreieckselemente.

Da jede Finite-Elemente-Diskretisierung letztendlich auf ein im Allgemeinen großdimensioniertes lineares Gleichungssystem führt, haben wir einen Schwerpunkt auf die Diskussion verschiedener Auflösungsmethoden gelegt. Mit dem Kapitel 5 geben wir einen Überblick über verschiedene Möglichkeiten zur Lösung großdimensionierter Gleichungssysteme. Wir beschreiben die Algorithmen klassischer direkter Verfahren, klassischer iterativer Verfahren sowie moderner iterativer Verfahren und zeigen ihre Vorteile und Nachteile auf.

Im sechsten Kapitel stellen wir die in der Praxis am häufigsten genutzten Iterationsverfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme, wie sie etwa bei der Finite-Elemente-Diskretisierung von nichtlinearen RWA entstehen, vor.

Das siebente Kapitel ist der Diskretisierung von Anfangsrandwertaufgaben (ARWA) für parabolische und hyperbolische partielle Differentialgleichungen gewidmet. Mit Hilfe der (horizontalen) Linienmethode wird die ARWA auf eine Anfangswertaufgabe (AWA) für ein großdimensioniertes System gewöhnlicher Differentialgleichungen geführt, das wir zunächst mit Standardmethoden lösen.

Im Kapitel 8 geben wir dann einen systematischen Überblick über die wichtigsten numerischen Verfahren zur Lösung von AWA unter besonderer Berücksichtigung von steifen AWA wie sie typischerweise bei der Diskretisierung parabolischer und hyperbolischer ARWA durch die Linienmethode entstehen.

Auf der Homepage `http://www.tu-chemnitz.de/mathematik/fem-simu` unseres Lehrbuchs findet der an der Implementierung der FEM interessierte Leser die Finite-Elemente-Programme **FEM1D** und **FEM2D** zum Herunterladen sowie eine Sammlung von Übungs- und Praktikumsaufgaben zur Vorlesung.

Besonders bedanken möchten wir uns bei R. Unger für die Erstellung der FEM-Demonstrationsprogramme. Außerdem danken wir unseren Kollegen S. Eckstein, G. Haase, B. Heise, B. Jung, M. Kuhn, P. Piess, W. Queck, J. Schöberl, T. Steidten, A. Vogel, O. Vogel und W. Zulehner für zahlreiche Hinweise bezüglich der Gestaltung des Buches und für das Korrekturlesen. Dem Verlag gilt unser Dank für die stets freundliche Zusammenarbeit.

Dresden und Linz, April 2001 M. Jung und U. Langer

Springer

http://www.springer.com/978-3-658-01100-0

Methode der finiten Elemente für Ingenieure
Eine Einführung in die numerischen Grundlagen und Computersimulation
Jung, M.; Langer, U.
2013, XVI, 639 S. 172 Abb., Softcover
ISBN: 978-3-658-01100-0