Struktur und Bedeutung von Entscheidungsmodellen

2

2.1 Problemstellung und Aufbau

Die Entscheidungsprobleme, mit denen man täglich konfrontiert wird, mögen auf den ersten Blick äußerst heterogen erscheinen. So hat z. B. die Auswahl eines Mittagessens aus einer Speisekarte in materieller Hinsicht nur wenig mit der Entscheidung über eine neue Arbeitsstelle zu tun. Dennoch gibt es eine allgemeine Struktur, auf die alle Entscheidungsprobleme zurückgeführt werden können. Entsprechend existiert auch eine gemeinsame Grundstruktur für *Entscheidungsmodelle*, auch wenn sich diese im Detail sehr unterscheiden mögen.

Wie im Folgenden deutlich wird, besteht jedes Entscheidungsmodell aus den Bausteinen „Handlungsalternativen", „Ergebnisse", „Umweltzustände" (im Allgemeinen unter Berücksichtigung ihrer Eintrittswahrscheinlichkeiten) und „Entscheidungsregel". Zunächst wird gezeigt, wie diese Bausteine formal dargestellt werden können (Abschn. 2.2). Danach wird untersucht, wie sie in einer universellen Form im Grundmodell der Entscheidungstheorie erfasst werden können (Abschn. 2.3). Ein Entscheidungsmodell kann seine Aufgabe, die logische Ableitung der Entscheidung aus der Darstellung des Entscheidungsproblems im Modell, nur erfüllen, wenn Zielvorstellungen präzisiert werden. Die Problematik der Abbildung von Zielen in Entscheidungsmodellen wird nachfolgend betrachtet (Abschn. 2.4). Abschließend werden unterschiedliche Systematiken von Entscheidungsmodellen diskutiert (Abschn. 2.5) und es wird erläutert, welche grundsätzliche Bedeutung Entscheidungsmodellen für die Lösung von Entscheidungsproblemen zukommt (Abschn. 2.6).

Im vorliegenden zweiten Kapitel geht es um den *prinzipiellen* Aufbau von Entscheidungsmodellen. In den nachfolgenden Kapiteln wird gezeigt, wie derartige Modelle bei Sicherheit und Unsicherheit konstruiert werden können. Dabei wird ein Teil der folgenden Darstellungen präzisiert. Außerdem wird für unterschiedliche Entscheidungssituationen

H. Laux et al., *Entscheidungstheorie*, Springer-Lehrbuch,
DOI 10.1007/978-3-642-55258-8_2,

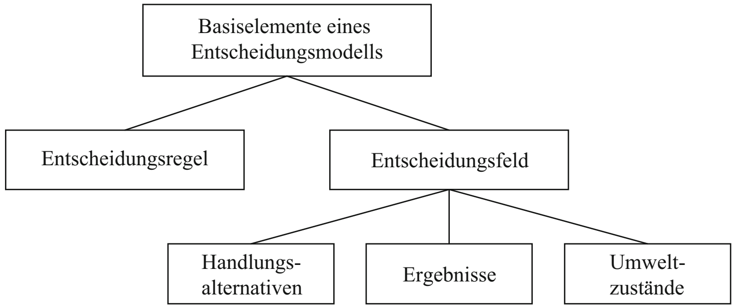


Abb. 2.1 Die Basiselemente eines Entscheidungsmodells

untersucht, wie die optimale Problemlösung von den jeweils entscheidungsrelevanten Zusammenhängen abhängt. Damit geben die dargestellten Entscheidungsmodelle auch dann Orientierung für das Treffen komplexer Entscheidungen, wenn sie gar nicht explizit angewendet werden.

2.2 Die Basiselemente eines Entscheidungsmodells

2.2.1 Überblick

Ein Entscheidungsmodell setzt sich zusammen aus dem *Entscheidungsfeld*, d. h. den modellmäßig erfassten „Alternativen", „Umweltzuständen" (gegebenenfalls unter Berücksichtigung ihrer Eintrittswahrscheinlichkeiten) sowie den jeweiligen „Ergebnissen", und der *Entscheidungsregel*. Abbildung 2.1 bringt die Bausteine (Basiselemente) eines Entscheidungsmodells in eine Systematik.[1]

Die formale Darstellung dieser Basiselemente kann in sehr unterschiedlicher Weise geschehen. Es entstehen hierdurch Varianten von Entscheidungsmodellen, deren Auswahl als Entscheidungsgrundlage nach Zweckmäßigkeitsgesichtspunkten erfolgen muss. Zunächst sollen die Basiselemente und ihre Darstellungsweisen erläutert werden.

[1] Abbildung 2.1 zeigt, in welche Basiselemente ein Entscheidungsmodell (bzw. ein Entscheidungsfeld) zerlegt werden kann. Die Abbildung besagt nicht, die Entscheidungsregel, Alternativen, Ergebnisse und Umweltzustände stünden isoliert nebeneinander. Zwischen den einzelnen Bausteinen bestehen enge Interdependenzen. So hängen z. B. die für die Konstruktion eines konkreten Entscheidungsmodells maßgeblichen „Ergebnisse" und „Umweltzustände" davon ab, welche „Alternativen" im Kalkül erfasst werden; die erwogenen Alternativen hängen ihrerseits von den Zielvorstellungen des Entscheiders ab, die durch die Entscheidungsregel ausgedrückt werden. Vgl. auch Kap. 1, Abschn. 1.2.

2.2.2 Entscheidungsfeld

2.2.2.1 Alternativen

Ein Entscheidungsproblem liegt nur dann vor, wenn mindestens zwei Alternativen gegeben sind; dementsprechend muss ein Entscheidungsmodell mindestens zwei Alternativen erfassen. Die Alternativen lassen sich grundsätzlich durch die Werte solcher Größen beschreiben, die der Entscheider (innerhalb bestimmter Grenzen) eigenständig variieren kann. Diese Größen werden als *Entscheidungsvariablen* oder auch als *Aktionsvariablen* bzw. *Aktionsparameter* bezeichnet. Wenn es im Rahmen eines Entscheidungsproblems z. B. um die Festlegung der Produktionsmenge eines einzigen Produktes für eine Periode geht, gibt es nur eine Entscheidungsvariable, eben die Produktionsmenge. Jede Alternative wird dann durch eine bestimmte Anzahl von Produkteinheiten definiert. Die Alternativen setzen sich jedoch im Allgemeinen aus mehreren (häufig sehr vielen) Einzelaktionen zusammen (z. B. können die Alternativen verschiedene Produktions- und Absatzprogramme oder verschiedene Investitions- und Finanzierungsprogramme bezeichnen). Es sind dann mehrere Entscheidungsvariablen relevant, sodass die Alternativen durch Tupel von Ausprägungen dieser Variablen (also durch Vektoren) charakterisiert sind: Ist z. B. das Produktionsprogramm für ein Mehrproduktunternehmen zu bestimmen, entspricht jeder Alternative ein bestimmter Vektor über die Produktionsmengen der einzelnen Erzeugnisse.

Die einzelnen Alternativen werden im Folgenden mit $A_1,A_2,\ldots$, die Anzahl der möglichen bzw. erwogenen Alternativen mit N_A bezeichnet. Die Menge der relevanten Alternativen wird mit $\mathbf{A} = \{A_1,A_2,\ldots,A_{N_A}\}$ bezeichnet. Es wird demnach von einer endlichen Menge der Alternativen ausgegangen. Zur Kennzeichnung einer beliebigen Alternative aus der Alternativenmenge $\mathbf{A}$ wird das Symbol A_a verwendet.

2.2.2.2 Ergebnisse

Damit die Alternativen beurteilt werden können, müssen die damit verbundenen Konsequenzen im Modell abgebildet werden. Eine Alternative hat jedoch im Allgemeinen mehrere sehr verschiedenartige Konsequenzen, die nicht alle „originalgetreu“ erfasst werden können. Dies ist aber auch gar nicht notwendig. Für den Vergleich der zur Wahl stehenden Alternativen sind nur solche Größen als Konsequenzen relevant, deren Ausprägungen für die „Bewertung“ durch den Entscheider von Bedeutung sind. Diese werden als *Zielgrößen* (oder auch als *Zielvariablen*) bezeichnet. Die Zielgrößen bringen zum Ausdruck, welchen Konsequenzen der Alternativen der Entscheider Bedeutung beimisst (etwa Gewinn, Einkommen, Marktanteil, Freizeit); andere Konsequenzen der Alternativen, denen keine Zielgrößen entsprechen, können im Modell vernachlässigt werden.

Eine Wertekonstellation der Zielgrößen wird als *Ergebnis* bezeichnet: Orientiert sich der Entscheider nur an einer Zielgröße (z. B. am Gewinn), so entspricht jedem Ergebnis ein bestimmter Wert dieser Zielgröße. Orientiert er sich an mehr als einer Zielgröße (z. B. am Gewinn und am Umsatz), dann entspricht jedem Ergebnis eine bestimmte Wertekonstellation dieser Zielgrößen; ein Ergebnis ist dann ein Vektor von Zielgrößenausprägungen.

Die Zielgrößen müssen sich nicht auf ein und dieselbe Periode beziehen. Ein Ergebnis kann z. B. auch ein Strom von Einkünften in einer Reihe von aufeinanderfolgenden Perioden sein.

In dieser Arbeit werden die Alternativen ausschließlich nach ihren (möglichen) Ergebnissen beurteilt; die Alternativen haben keine „Eigenwerte". Wenn jedoch nur ein Teil der relevanten Zielgrößen bei der Charakteristik der Ergebnisse explizit berücksichtigt wird, können Eigenwerte für Alternativen deshalb Bedeutung erlangen, weil damit die vernachlässigten Zielgrößen implizit erfasst werden. Z. B. mögen bei einer Investitionsentscheidung die Ergebnisse ausschließlich mit Hilfe finanzieller Zielgrößen beschrieben werden, während Zielgrößen bezüglich Umweltschutz, Prestige oder Bequemlichkeit vereinfachend in Eigenwerten erfasst werden.

Ergebnisse werden im Folgenden mit x bezeichnet. Soll klar gestellt werden, dass es sich bei dem Ergebnis um einen Vektor mehrerer Zielgrößenausprägungen handelt, wird x fett gedruckt (**x**). Soll hervorgehoben werden, dass das Ergebnis nicht sicher, sondern eine Zufallsvariable ist, wird es mit einer „Tilde", $\tilde{x}$, gekennzeichnet.

2.2.2.3 Umweltzustände

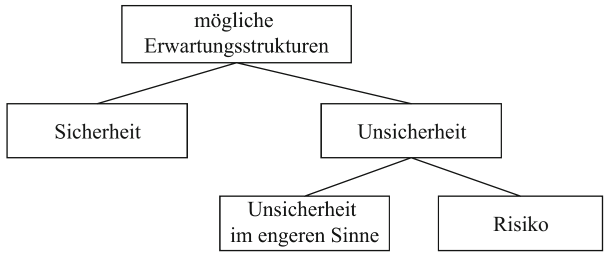
Welches Ergebnis bei der Wahl einer Alternative erzielt wird, hängt auch von Größen ab, die der Entscheider nicht beeinflussen kann oder will (z. B. Zahl der Regentage, Angebotspreise der Lieferanten, Verkaufspreise der Konkurrenten, Nachfragemengen der Kunden). Die Größen, die die Ergebnisse der Alternativen beeinflussen, aber keine Entscheidungsvariablen des Entscheiders darstellen, werden als (entscheidungsrelevante) *Daten* bezeichnet.

Ob bestimmte Parameter Daten oder Entscheidungsvariablen sind, hängt (auch) von der jeweiligen Entscheidungssituation ab. Hat z. B. ein Unternehmer die Produktionsmenge für eine bestimmte Periode festzusetzen und besteht vollkommene Konkurrenz, so ist der zukünftige Absatzpreis Datum und keine Entscheidungsvariable. Hat das Unternehmen eine Monopolstellung, so ist der Absatzpreis Entscheidungsvariable und kein Datum; entscheidungsrelevantes Datum ist dann die Gestalt der Preis-Absatz-Funktion. Wird allerdings erwogen, durch Werbung die Preis-Absatz-Funktion zu beeinflussen, so ist auch die Preis-Absatz-Funktion kein Datum; Daten sind dann die Parameter der Werbewirkungs-Funktion.

Der Entscheider kennt nur in Ausnahmefällen mit Sicherheit die Ausprägungen aller entscheidungsrelevanten Daten. So hegt etwa ein Investor, der ein Investitions- und Finanzierungsprogramm zu planen hat, mehrwertige Erwartungen über die zukünftigen Einzahlungsüberschüsse und Kapitalkosten (denn er kennt z. B. nicht genau die zukünftigen Absatzmöglichkeiten, die Entwicklung der Lohnkosten, die Geldpolitik der EZB).

Die einander ausschließenden Konstellationen von Ausprägungen der entscheidungsrelevanten Daten werden als *Umweltzustände* oder kurz als Zustände bezeichnet. Existiert nur ein entscheidungsrelevantes Datum, so entspricht jedem möglichen Wert dieses Datums ein Zustand. Bei mindestens zwei Daten sind die Zustände durch Vektoren cha-

Abb. 2.2 Mögliche Erwartungsstrukturen über die Zustände



rakterisiert: Jeder möglichen Wertekonstellation der Daten entspricht dann ein bestimmter Zustand.

Im Entscheidungsmodell müssen auch die möglichen Zustände berücksichtigt werden. Hierzu ist die (subjektive) Erwartungsstruktur des Entscheiders über die Zustände zu präzisieren. In dieser Arbeit werden Entscheidungsmodelle für folgende idealtypische Erwartungsstrukturen analysiert:

Bei *Sicherheit* ist dem Entscheider bekannt, welcher Zustand der wahre ist (welche Ausprägungen also die entscheidungsrelevanten Daten annehmen werden). Entsprechend kennt er für jede Alternative auch das Ergebnis, das bei ihrer Wahl erzielt wird (zumindest kann er es eindeutig bestimmen); in einer Entscheidungssituation bei Sicherheit gibt es nur „*sichere*“ Alternativen.

In einer Entscheidungssituation bei *Unsicherheit* hält der Entscheider mindestens zwei Zustände für möglich, von denen genau einer eintreten wird. Dabei ist es durchaus möglich, dass nicht alle Alternativen „unsicher“ sind, sondern bei einem Teil der Alternativen in jedem Zustand jeweils dasselbe Ergebnis erzielt wird, das Ergebnis also sicher ist. In der Literatur werden zwei Grenzfälle der Unsicherheit unterschieden, die auch in dieser Arbeit behandelt werden:

- *Unsicherheit i. e. S.*: Bei Unsicherheit im engeren Sinne ist der Entscheider nicht in der Lage, sich ein Wahrscheinlichkeitsurteil über die möglichen Zustände zu bilden. Er kann lediglich angeben, welche Zustände überhaupt eintreten können, also eine positive Eintrittswahrscheinlichkeit aufweisen. Darüber hinaus kann er jedoch keine präziseren Angaben über die Wahrscheinlichkeiten machen.
- *Risiko*: In einer Risikosituation kann der Entscheider den denkbaren Zuständen Eintrittswahrscheinlichkeiten zuordnen. Entsprechend kennt er für jede Alternative die Wahrscheinlichkeiten ihrer möglichen Ergebnisse. Für jede Zielgröße kann er den Erwartungswert und die Wahrscheinlichkeiten ihrer möglichen Abweichungen hiervon ermitteln. Risikosituationen stehen im Vordergrund dieser Arbeit.

Abbildung 2.2 veranschaulicht die Systematik möglicher Erwartungsstrukturen.

Die einzelnen Umweltzustände werden im Folgenden mit $S_1, S_2, \ldots$ bezeichnet, die (endliche) Anzahl der möglichen Umweltzustände mit N_S. Die Menge der möglichen Umweltzustände wird mit $\mathbf{S} = \{S_1, S_2, \ldots, S_{N_S}\}$ bezeichnet. Zur Kennzeichnung eines beliebigen Zustandes aus der Menge **S** wird das Symbol S_s verwendet.

2.2.3 Entscheidungsregel

Eine rationale Entscheidung besteht in der Auswahl derjenigen Alternative, welche ein größtmögliches Ausmaß an Bedürfnisbefriedigung des Entscheiders verspricht. Eine *Entscheidungsregel* legt fest, wie im Rahmen eines Entscheidungsmodells aus einer Alternativenmenge ausgewählt wird, um dieses Ziel zu erreichen. Sie besteht aus einer *Präferenzfunktion* $\Phi(A_a)$, die den einzelnen Alternativen A_a Präferenzwerte zuordnet, sowie einem *Optimierungskriterium*, das zum Ausdruck bringt, welche Ausprägung für den Präferenzwert angestrebt wird. Der einer Alternative entsprechende Präferenzwert kann als Indikator für den Grad der Bedürfnisbefriedigung oder Zielerreichung interpretiert werden, der bei Wahl der Alternative realisiert wird.

Für die (mehr oder weniger exakte) formale Darstellung der Entscheidungsregel in einem konkreten Entscheidungsmodell wird häufig der Begriff *Zielfunktion* verwendet.

Eine Entscheidungsregel kann nur sinnvoll formuliert werden, wenn Zielvorstellungen existieren, mit deren Hilfe die erwogenen Alternativen hinsichtlich ihrer Konsequenzen miteinander verglichen werden. Solche Zielvorstellungen müssen auch bei der Konstruktion eines Entscheidungsmodells einbezogen werden. Zielvorstellungen bringen gewisse Wünsche (Ziele) zum Ausdruck (Dinkelbach 1978, S. 51 f.). Ein Ziel ist dadurch gekennzeichnet, dass ein zukünftiger Zustand angestrebt wird, der sich im Allgemeinen vom gegenwärtigen (Ausgangs-) Zustand unterscheidet und als Endzustand bezeichnet wird. Das Gefüge von Zielgrößen einer Person wird als individuelles *Zielsystem* bezeichnet. Die Zuordnung des Präferenzwertes $\Phi(A_a)$ zu einer Alternative A_a setzt voraus, dass der Entscheider die (möglichen) Ergebnisse der Alternative bewertet. Hierzu muss er, wenn er sich an mehreren Zielgrößen orientiert, zwischen den unterschiedlichen Ausprägungen der Zielgrößen abwägen und damit die Zielgrößen vergleichbar machen. Mit dem Problem der Zusammenfassung der Ausprägungen unterschiedlicher Zielgrößen befasst sich Kap. 3. Hat die Alternative zudem mehrere mögliche Ergebnisse, besteht also Unsicherheit, so muss die Präferenzfunktion auch eine Regel beinhalten, wie dieser Unsicherheit Rechnung getragen wird. Mit diesem Problem befassen sich die Kap. 4, 5, 14 und 15.

In der Entscheidungslogik wird üblicherweise die Maximierung als Optimierungskriterium unterstellt. Auch in dieser Arbeit wird stets von der Maximierungsvorschrift ausgegangen. Dadurch wird die Allgemeinheit der Darstellungen nicht eingeschränkt, denn die Präferenzfunktion kann immer so definiert werden, dass ihre Maximierung sinnvoll ist (Dinkelbach 1978). Die Entscheidungsregel besagt dann, dass von zwei beliebigen Alternativen derjenigen mit dem höheren Präferenzwert der Vorzug zu geben ist; bei gleichen Präferenzwerten sind beide Alternativen gleichwertig. Demgemäß lautet die Entscheidungsregel generell:

$$\Phi(A_a) \rightarrow \underset{a}{\mathrm{Max}}\,! \tag{2.1}$$

In Worten: Gesucht ist dasjenige Element (bzw. diejenigen Elemente) A_a aus der Alternativenmenge $\mathbf{A}$, das (bzw. die) den Wert der Präferenzfunktion Φ maximiert (bzw. maximieren).

Durch Anwendung einer Entscheidungsregel soll diejenige Alternative ermittelt werden, welche die Zielvorstellungen des Entscheiders bestmöglich erfüllt. Welche Reihenfolge bezüglich der übrigen Handlungsalternativen besteht, bleibt dabei offen. Die Anwendung der Präferenzfunktion auf die Bewertung der Alternativen erlaubt freilich auch die Ermittlung einer Rangfolge über alle erwogenen Alternativen. Die Rangfolge ist vollständig, wenn sie für jedes Alternativenpaar angibt, ob die eine Alternative der anderen strikt vorgezogen wird, ob es umgekehrt ist oder ob der Entscheider indifferent zwischen den Alternativen ist. Sie ist transitiv, wenn die Präferenzrelationen widerspruchsfrei sind (vgl. Abschn. 2.4.1). Eine vollständige und transitive Rangfolge über die Alternativen wird als *Präferenzordnung* bezeichnet. Für eine Entscheidung genügt es, wenn der Entscheider durch die Anwendung der Präferenzfunktion eine beste Alternative bestimmt, also einen Spitzenreiter bestimmt. Anders verhält es sich, wenn mehrere Entscheider mit einer Abstimmungsregel eine (demokratische) Entscheidung treffen wollen. In diesem Fall ist es grundsätzlich notwendig, dass die Entscheider Präferenzordnungen bilden (Kap. 16 und 17).[2]

Mit der Entscheidungsregel wird – bei gegebenen Vorstellungen über die Konsequenzen der Alternativen – die Bewertung einer Alternative A_a auf einen rein analytischen Vorgang reduziert: Mit Hilfe der entsprechenden Präferenzfunktion wird eben der Präferenzwert $\Phi(A_a)$ berechnet. Die für eine bestimmte Entscheidungssituation relevante Präferenzfunktion Φ muss vom Entscheider selbst festgelegt werden. Die Wahl einer Präferenzfunktion ist also ihrerseits ein Entscheidungsproblem (ein „Meta-Entscheidungsproblem“), das zu den Kernproblemen der Entscheidungstheorie zählt.

Wie erläutert erfordert die Formulierung der Präferenzfunktion $\Phi(A_a)$ sowohl eine Bewertung der einzelnen Ergebnisse der Alternative als auch die Berücksichtigung von Unsicherheit, sofern diese besteht. Bei Sicherheit dagegen ist mit der Wahl einer Alternative A_a ein eindeutiges Ergebnis $\mathbf{x}_a$ verbunden und das Bewertungsproblem beschränkt sich auf die Bewertung der einzelnen Ergebnisse. Die entsprechende Bewertungsfunktion wird auch als *Nutzenfunktion* $U(\mathbf{x}_a)$ bezeichnet. Bei Sicherheit gilt:

$$\Phi(A_a) = U(\mathbf{x}_a) \tag{2.2}$$

[2] Die Bestimmung einer Präferenzordnung kann auch dann sinnvoll sein, wenn nicht sicher ist, ob die erwogenen „Alternativen“ überhaupt durchgeführt werden können. Die vorherige Kenntnis der Präferenzordnung kann dann die Wahrnehmung der bestmöglichen Alternative erleichtern. Ein Entscheider plane z. B. seinen Urlaub. Da er eine Ferienwohnung mieten will, hat er sich einen Katalog darüber besorgt. Er sieht nun diesen Katalog durch und bildet eine Präferenzordnung über alle in Frage kommenden Ferienwohnungen. Auf diese Weise kann er bei der Buchung im Reisebüro schnell und zugleich überlegt reagieren, wenn die von ihm am meisten präferierten Ferienwohnungen ausgebucht sind.

mit $\mathbf{x}_a$ dem sicheren Ergebnis der Alternative A_a. Mit dem Problem der Zusammenfassung der Ausprägungen unterschiedlicher Zielgrößen bei Sicherheit zu einem Präferenzwert für eine Alternative befasst sich Kap. 3.

Bei Unsicherheit ist neben der Ermittlung einer Nutzenfunktion für die Ergebnisse ein zweites Teilproblem zu lösen: Die mehrwertigen, unsicheren Ergebnisse einer Alternative sind zu einem Präferenzwert als einwertige Größe für diese Alternative zusammenzufassen. Hiermit befassen sich die Kap. 4, 5, 14 und 15.

Da bei sicheren Erwartungen jeder Alternative genau ein Ergebnis entspricht, muss die Nutzenfunktion U bei Sicherheit nur die Bedingung erfüllen, dass der Vergleich zweier Nutzenwerte angibt, welches der jeweiligen Ergebnisse vorgezogen wird; es kann offen bleiben, mit welcher „Intensität" dies der Fall ist, d. h. die betragsmäßigen Unterschiede zwischen den Nutzenwerten sind irrelevant. Man bezeichnet eine Nutzenfunktion, die diese Eigenschaft aufweist, als *ordinal*. Da es unendlich viele Nutzenfunktionen gibt, die eine solche Präferenzordnung herstellen, ist dann also die Nutzenfunktion nicht eindeutig bestimmt. Die mathematische Repräsentation dieser Mehrdeutigkeit der Nutzenfunktion erfolgt über eine *monoton wachsende Transformation*. Das bedeutet, dass eine Nutzenfunktion in eine beliebige andere Nutzenfunktion transformiert werden kann, indem z. B. eine beliebige Zahl hinzuaddiert wird, der Nutzenwert mit einer beliebigen positiven Zahl multipliziert wird oder der Nutzenwert quadriert wird. Allgemein gilt: Die Nutzenfunktionen $U(x)$ und $U^*(x)$ mit

$$U^*(x) = g[U(x)], \;\; g' > 0, \tag{2.3}$$

führen immer zu identischen Präferenzordnungen.

Bei Sicherheit wird also mit Hilfe einer ordinalen Nutzenfunktion eine Alternative mit dem besten Ergebnis gewählt, unabhängig davon, ob dieses Ergebnis „wesentlich" oder nur „geringfügig" besser ist als die anderen möglichen Ergebnisse. Bei Unsicherheit i. e. S. und bei Risiko entsprechen jedoch einigen oder allen Alternativen *mehrere* mögliche Ergebnisse. Es existiert dann im Allgemeinen keine Alternative, die in jedem Fall zu einem besseren oder ebenso guten Ergebnis führt als alle anderen Alternativen: Wird irgendeine Alternative gewählt, besteht zum einen die Chance, dass ein besseres Ergebnis erzielt wird als bei Wahl einer anderen Alternative; zum anderen besteht aber auch die Gefahr, dass sich ein schlechteres Ergebnis einstellen wird. Bei der Entscheidung müssen derartige Chancen und Gefahren gegeneinander abgewogen werden. Eine Alternative wird einer zweiten vorgezogen, wenn die möglichen Vorteile der einen Alternative (im Vergleich zu denen der zweiten) stärker ins „Gewicht" fallen als die möglichen Nachteile. Es genügt daher nicht, wenn die Nutzenfunktion U lediglich zum Ausdruck bringt, welches von zwei beliebigen Ergebnissen vorgezogen wird oder dass Indifferenz besteht. Damit aus der Nutzenfunktion U bei Unsicherheit eine Präferenzfunktion Φ bezüglich der Alternativen abgeleitet werden kann, muss die Nutzenfunktion stärkeren Anforderungen genügen: Sie muss die „Intensität" zum Ausdruck bringen, mit der ein beliebiges Ergebnis einem anderen vorgezogen wird.

Auch diese Nutzenfunktion ist nicht eindeutig gegeben. Für Entscheidungsprobleme bei Risiko, die im Vordergrund der Arbeit stehen, ist sie nur bis auf eine positiv lineare Transformation bestimmt, d. h. die Nutzenfunktionen U(x) und U*(x) mit

$$U^*(x) = a \cdot U(x) + b, \quad a > 0, \tag{2.4}$$

führen immer zu derselben Präferenzordnung. Man bezeichnet eine Nutzenfunktion mit dieser Eigenschaft als *kardinal*. In Kap. 5, Abschn. 5.3.2, wird gezeigt, wie eine kardinale Nutzenfunktion für Risikosituationen ermittelt werden kann.

Für die Suche nach einer Präferenzfunktion bei Sicherheit reicht wie erläutert eine ordinale Nutzenfunktion aus. Wenn allerdings mehrere Zielgrößen zu beachten sind, entsteht ein neues Abwägungsproblem, nunmehr auf der Ebene der Zielgrößen. Es müssen bei der Suche nach einer optimalen Alternative Überlegungen angestellt werden, inwieweit Unterschiede in einer Zielgröße durch Unterscheide bei anderen Zielgrößen ausgeglichen werden können.

2.2.4 Entscheidungskriterium, Entscheidungsprinzip und Entscheidungsregel

Wie erläutert, soll eine Entscheidungsregel (die Präferenzfunktion und das Optimierungskriterium für den Präferenzwert) die Lösung eines Entscheidungsproblems ermöglichen. Im Gegensatz zu einer Entscheidungsregel führt ein Entscheidungsprinzip grundsätzlich nicht zu einer eindeutigen Lösung des Entscheidungsproblems. Ein *Entscheidungsprinzip* legt die Präferenzfunktion nicht eindeutig fest, sondern gibt lediglich Richtlinien für die Ermittlung der Präferenzfunktion und somit auch für die Gestalt der Entscheidungsregel vor. Ein Entscheidungsprinzip stellt bestimmte Anforderungen an die Präferenzfunktion und schränkt dadurch den Bereich zulässiger Präferenzfunktionen ein. Es gestattet aber, noch frei zwischen denjenigen Präferenzfunktionen zu wählen, die den gesetzten Anforderungen genügen. Je mehr Entscheidungsprinzipien befolgt werden, desto enger wird im Allgemeinen der Entscheidungsspielraum im Hinblick auf die Wahl einer Präferenzfunktion. Im Grenzfall bleibt nur noch *eine* Präferenzfunktion übrig; dann bilden die betreffenden Entscheidungsprinzipien gemeinsam eine Entscheidungsregel. Der der Entscheidungsregel und dem Entscheidungsprinzip übergeordnete Begriff ist das *Entscheidungskriterium*.

Ein Beispiel mag den Unterschied zwischen Entscheidungsprinzip und Entscheidungsregel verdeutlichen. Ein Entscheider erhält das Angebot, an einem Glücksspiel teilzunehmen, bei dem er mit jeweils der Wahrscheinlichkeit 1/3 entweder 100 € gewinnen oder 30 € gewinnen oder 100 € verlieren wird. Der Entscheider muss nun die möglichen Ergebnisse in seiner Bewertung des Glücksspiels zusammenfassen, um zu einer Entscheidung über seine Teilnahme am Glücksspiel zu kommen. Er könnte sich nun an der folgenden Entscheidungsregel orientieren: Nimm teil, wenn der Erwartungswert des Gewinns positiv ist. Da dieser Erwartungswert

$$\frac{1}{3} \cdot 100 + \frac{1}{3} \cdot 30 - \frac{1}{3} \cdot 100 = 10$$

beträgt und somit positiv ist, sollte der Entscheider also nach der Entscheidungsregel am Glücksspiel teilnehmen. Tatsächlich aber gebe er an, dass er zwar bereit sei, einen Erwartungswert zu berücksichtigen, dabei aber den Gewinn von 100 € betraglich anders zu bewerten gedenke als den Verlust von 100 €. Als Begründung gebe er an, dass ein Verlust aus seiner Sicht schwerer wiege als ein betraglich gleicher Gewinn. Bezeichnet U(x) die Bewertungs- bzw. Nutzenfunktion für die Ergebnisse, so orientiert sich der Entscheider nun an

$$\frac{1}{3} \cdot U(100) + \frac{1}{3} \cdot U(30) + \frac{1}{3} \cdot U(-100).$$

Offenbar kann keine Aussage darüber getroffen werden, ob der Entscheider an dem Glücksspiel teilnehmen soll, ohne dass die Nutzenfunktion U(x) spezifiziert wird. Es liegt mithin ein Entscheidungsprinzip vor, nach dem der Entscheider sich am Erwartungswert der mit der Funktion U(x) bewerteten Ergebnisse orientiert, und erst mit Spezifikation dieser Funktion wird daraus eine Entscheidungsregel.

2.3 Grundmodell der Entscheidungstheorie

2.3.1 Grundstruktur des Modells

Bei der Konstruktion eines Entscheidungsmodells stellt sich das Problem, in welcher Weise die einzelnen Basiselemente des Modells dargestellt werden sollen. Ein sehr anschauliches Darstellungskonzept bietet das *Grundmodell der Entscheidungstheorie* (Schneeweiß 1966), dessen wesentliche Bausteine die *Entscheidungsregel* und die *Ergebnismatrix* sind. Dabei dient die *Ergebnismatrix* zur Beschreibung des Entscheidungsfeldes. Tabelle 2.1 zeigt die Ergebnismatrix bei Risiko.

In der Vorspalte der Ergebnismatrix sind die erwogenen Alternativen $(A_1, A_2, \ldots, A_{N_A})$ aufgeführt. In der Kopfzeile sind die Umweltzustände angegeben, die im Urteil des Entscheiders möglich sind. Als Elemente der Ergebnismatrix werden die jeweiligen Ergebnisse dargestellt. Dabei bezeichnet x_{as} $(a = 1,2,\ldots,N_A;\ s = 1,2,\ldots,N_S)$ jenes Ergebnis, das erzielt wird, wenn die Alternative A_a gewählt wird und der Zustand S_s eintritt.

In Risikosituationen ist die Ergebnismatrix durch die Wahrscheinlichkeiten für die Zustände zu ergänzen. Diese finden sich ebenfalls in der Kopfzeile der Ergebnismatrix. Die Wahrscheinlichkeit für den Zustand S_s $(s = 1,2,\ldots,N_S)$ wird mit $w(S_s)$ bezeichnet $(w(S_s) > 0)$.

Mit dem Erstellen der Ergebnismatrix ist das Entscheidungsproblem noch nicht gelöst. Es ist ja noch offen, welche Alternative gewählt werden soll. Um eine Entscheidung treffen zu können, müssen die möglichen Ergebnisse gegeneinander abgewogen werden. Dies setzt die Existenz einer Entscheidungsregel voraus. Erst wenn die Ergebnismatrix durch eine Entscheidungsregel ergänzt wird, entsteht ein vollständiges Entscheidungsmodell; es wird als *Grundmodell der Entscheidungstheorie* bezeichnet.

Springer

http://www.springer.com/978-3-642-55257-1

Entscheidungstheorie
Laux, H.; Gillenkirch, R.M.; Schenk-Mathes, H.Y.
2014, XXXVI, 594 S., Softcover
ISBN: 978-3-642-55257-1