Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen der Maß- und Integrationstheorie

1 Einführendes Beispiel: Der unendliche Münzwurf .......................... 3
  1.1 Übungen ............................................ 11

2 Grundlagen der Maßtheorie .................................. 13
  2.1 Mengensysteme ....................................... 13
  2.2 Mengenfunktionen ..................................... 19
  2.3 Fortsetzung eines Maßes .................................. 28
  2.4 Eindeutigkeit und Dynkin-Systeme .......................... 33
  2.5 Vollständigkeit ........................................ 40
  2.6 Das Lebesgue-Maß ..................................... 43
  2.7 Übungen ............................................ 45

3 Messbare Abbildungen, Zufallsvariable .......................... 49
  3.1 Messbare Abbildungen ................................... 49
  3.2 Bildmaße und Zufallsvariable .............................. 58
  3.3 Konvergenzarten ....................................... 59
  3.4 Übungen ............................................ 61

4 Integration, Erwartungswert .................................. 65
  4.1 Definition des Integrals .................................. 66
  4.2 Vertauschung von Limes und Integral ........................ 79
  4.3 Integration bzgl. Bildmaßen und Maßen mit Dichten .................. 83
  4.4 \( L^p \)-Räume ........................................... 87
  4.5 Riemann- und Lebesgue-Integral ............................ 94
  4.6 Übungen ............................................ 96
Teil II  Unabhängigkeit und Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitstheorie

5  Unabhängigkeit ................................................................. 101
   5.1 Bedingte Wahrscheinlichkeiten ......................................... 101
   5.2 Definition und Eigenschaften der Unabhängigkeit .................. 103
   5.3 Produktmaße und der Satz von Fubini ................................. 108
   5.4 Terminale Ereignisse ..................................................... 119
   5.5 Übungen ................................................................. 122

6  Das starke Gesetz der großen Zahlen .................................. 127
   6.1 Übungen ................................................................. 136

7  Schwache Konvergenz ....................................................... 139
   7.1 Definition und Grundlagen .............................................. 139
   7.2 Relative Kompaktheit .................................................... 150
   7.3 Übungen ................................................................. 155

8  Charakteristische Funktionen ............................................. 157
   8.1 Definition und Grundlagen .............................................. 157
   8.2 Eindeutigkeit und Umkehrformeln ..................................... 163
   8.3 Der Konvergenzsatz ..................................................... 167
   8.4 Übungen ................................................................. 173

9  Der zentrale Grenzwertsatz ............................................... 175
   9.1 Der eindimensionale Fall ............................................... 175
   9.2 Der mehrdimensionale Fall ............................................. 177
   9.3 Übungen ................................................................. 180

Teil III  Abhängigkeit und stochastische Prozesse

10 Markov-Ketten ............................................................... 183
    10.1 Definition und Beispiele .............................................. 184
    10.2 Rekurrenz und Transienz ............................................. 191
    10.3 Grenzverhalten irreduzibler Markov-Ketten ......................... 197
    10.4 Übungen ................................................................. 206

11 Stochastische Prozesse: Grundlagen ................................... 209
    11.1 Beispiele ............................................................... 209
    11.2 Grundbegriffe .......................................................... 223
    11.3 Konstruktion von stochastischen Prozessen ......................... 225
    11.4 Prozesse mit stetigen Pfaden ....................................... 238
    11.5 Übungen ............................................................... 243
12 Die Radon-Nikodym Ableitung ........................................ 245
  12.1 Einführende Beispiele ........................................ 246
  12.2 Signierte Maße ........................................... 248
  12.3 Der Satz von Radon-Nikodym ................................ 253
  12.4 Singulare signierte Maße .................................... 264
  12.5 Übungen .................................................. 267

13 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Erwartung ...................... 271
  13.1 Bedingte Wahrscheinlichkeit bzgl. einer σ-Algebra ........... 271
  13.2 Bedingte Erwartung bzgl. einer σ-Algebra .................. 278
  13.3 Reguläre bedingte Verteilungen ............................ 287
  13.4 Übungen .................................................. 289

14 Martingale .................................................... 291
  14.1 Martingale mit diskreter Zeit: Grundlagen ................... 291
  14.2 Optional Sampling ......................................... 298
  14.3 Konvergenzsätze .......................................... 306
  14.4 Martingale mit allgemeiner Zeitmenge ....................... 316
  14.5 Die quadratische Variation der Brown'schen Bewegung ....... 325
  14.6 Übungen .................................................. 327

15 Messbare Prozesse ............................................ 331

16 Markov-Prozesse ............................................ 339
  16.1 Grundlagen ............................................... 339
  16.2 Markov-Prozesse und Halbgruppen ......................... 340
  16.3 Feller'sche Halbgruppen und Prozesse ....................... 352
  16.4 Lévy-Prozesse ............................................ 361
  16.5 Übungen .................................................. 363

Teil IV Grundlagen der stochastischen Analysis

17 Semimartingale und ihr stochastisches Integral .................. 367
  17.1 Das stochastische Integral von Prozessen von endlicher Variation ... 368
  17.2 Vorbereitung des allgemeinen stochastischen Integrals .......... 369
  17.3 Lokale Martingale ......................................... 374
  17.4 Definition und Eigenschaften von Semimartingalen .......... 377
  17.5 Beispiele ............................................... 380
  17.6 Definition des stochastischen Integrals ..................... 382
  17.7 Eigenschaften des stochastischen Integrals ................ 387
  17.8 Übungen .................................................. 393
18  Die quadratische Variation und Kovariation .......................... 395
  18.1 Existenz und Eigenschaften der quadratische Variation und Kovariation 395
  18.2 Die Itô-Döblin-Formel ......................................... 401
  18.3 Der Satz von Girsanov ......................................... 405
  18.4 Anwendung auf die mathematische Theorie der Finanzmärkte ...... 410
  18.5 Übungen .................................................... 414

Lösungen einiger Übungsaufgaben ........................................... 415

Literatur ............................................................................... 423

Sachverzeichnis ........................................................................ 425
Wahrscheinlichkeitstheorie und Stochastische Prozesse
Mürmann, M.
2014, XII, 428 S., Softcover
ISBN: 978-3-642-38159-1