

Contents

Variétés presque rationnelles, leurs points rationnels et leurs dégénérescences	1
Jean-Louis Colliot-Thélène	
1 Introduction	1
2 Notations, rappels et préliminaires	2
3 Schémas au-dessus d'un anneau de valuation discrète	4
3.1 A -schémas de type (R) , croisements normaux, croisements normaux stricts	4
3.2 Quand la fibre spéciale a une composante de multiplicité 1	5
3.3 Quand la fibre spéciale contient une sous-variété géométriquement intègre	6
3.4 Quand la fibre spéciale a une composante géométriquement intègre de multiplicité 1	7
3.5 Un exemple : quadriques	9
4 Groupe de Brauer des schémas au-dessus d'un anneau de valuation discrète	10
5 Corps C_i	12
6 R -équivalence et équivalence rationnelle sur les zéro-cycles	14
7 Autour du théorème de Tsen : variétés rationnellement connexes	14
8 Autour du théorème de Chevalley-Warning : variétés dont le groupe de Chow géométrique est trivial	21
9 Approximation faible pour les variétés rationnellement connexes	22
10 R -équivalence sur les variétés rationnellement connexes	23
11 Équivalence rationnelle sur les zéro-cycles des variétés rationnellement connexes	27
12 Vers les variétés supérieurement rationnellement connexes	29
12.1 Deux exemples	29
12.2 Fibres spéciales avec une composante géométriquement intègre de multiplicité 1	30
12.3 Variétés rationnellement simplement connexes	32
12.4 Existence d'un point rationnel sur un corps de fonctions de deux variables	34

12.5 Approximation faible en toutes les places d'un corps
de fonctions d'une variable 35

12.6 R -équivalence et équivalence rationnelle 36

13 Surjectivité arithmétique et surjectivité géométrique 37

13.1 Morphismes définis sur un corps de nombres
et applications induites sur les points locaux 38

13.2 Quelques autres questions 40

Bibliographie 41

Topics in Diophantine Equations 45

Sir Peter Swinnerton-Dyer

1 Introduction 45

2 The Hasse Principle and the Brauer-Manin Obstruction 47

3 Zeta-Functions and L-Series 52

4 Curves 55

5 Varieties of Higher Dimension and the Hardy-Littlewood Method 58

6 Manin's Conjecture 60

7 Schinzel's Hypothesis and Salberger's Device 65

8 The Legendre-Jacobi Function 69

9 Pencils of Conics 75

10 2-Descent on Elliptic Curves 80

11 Pencils of Curves of Genus 1 86

12 Some Examples 93

12.1 Diagonal Quartic Surfaces 93

12.2 Some Kummer Surfaces 98

12.3 Diagonal Cubic Surfaces 98

13 The Case of One Rational 2-Division Point 101

14 Del Pezzo Surfaces of Degree 4 105

References 108

Diophantine Approximation and Nevanlinna Theory 111

Paul Vojta

1 Introduction 111

2 Notation and Basic Results: Number Theory 113

3 Heights 115

4 Roth's Theorem 117

5 Basics of Nevanlinna Theory 120

6 Roth's Theorem and Nevanlinna Theory 123

7 The Dictionary (Non-Geometric Case) 127

8 Cartan's Theorem and Schmidt's Subspace Theorem 130

9 Varieties and Weil Functions 134

10 Height Functions on Varieties in Number Theory 140

11 Proximity and Counting Functions on Varieties in Number Theory 145

12 Height, Proximity, and Counting Functions in Nevanlinna Theory 147

13 Integral Points 151

14 Units and the Borel Lemma154

15 Conjectures in Nevanlinna Theory and Number Theory155

16 Function Fields160

17 The Exceptional Set163

18 Comparison of Problem Types165

19 Embeddings166

20 Schmidt’s Subspace Theorem Implies Siegel’s Theorem169

21 The Corvaja-Zannier Method in Higher Dimensions170

22 Work of Evertse and Ferretti177

23 Truncated Counting Functions and the abc Conjecture185

24 On Discriminants190

25 A Diophantine Conjecture for Algebraic Points198

26 The $1+\epsilon$ Conjecture and the abc Conjecture200

27 Nevanlinna Theory of Finite Ramified Coverings201

28 The $1+\epsilon$ Conjecture in the Split Function Field Case204

29 Derivatives in Nevanlinna Theory206

30 Derivatives in Number Theory212

31 Another Conjecture Implies abc215

32 An abc Implication in the Other Direction217

References220

Index225



<http://www.springer.com/978-3-642-15944-2>

Arithmetic Geometry

Lectures given at the C.I.M.E. Summer School held in
Cetraro, Italy, September 10-15, 2007

Colliot-Thélène, J.-L.; Swinnerton-Dyer, P.; Vojta, P. -
Corvaja, P.; Gasbarri, C. (Eds.)

2010, XI, 232 p., Softcover

ISBN: 978-3-642-15944-2