
Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
I Grundlagen	1
1 Reelle Zahlen	1
1.1 Warum Analysis für Informatiker?	1
1.2 Axiomatische Charakterisierung der reellen Zahlen ...	4
1.3 Einige nützliche Bezeichnungen	6
1.4 Rechenregeln für Suprema	7
1.5 Archimedizität der reellen Zahlen	8
1.6 Dichtheit der rationalen Zahlen	8
1.7 Dezimalzahldarstellung	9
1.8 Überabzählbarkeit der reellen Zahlen	11
1.9 Algebraische und transzendente Zahlen	12
1.10 Berechenbare Zahlen	13
2 Ungleichungen: Ein Primer	15
2.1 Elementare Ungleichungen	15
2.2 Cauchy–Schwarz’sche Ungleichung	16
2.3 Euklidische Norm	17
Aufgaben	19
II Grenzwerte	21
3 Folgen	21
3.1 Konvergenz von Folgen	21
3.2 Beschränktheit konvergenter Folgen	23
3.3 Stetigkeit: Rechnen mit Grenzwerten	23
3.4 Monotone Folgen	25
3.5 Beschränkte Folgen	29
3.6 Exponentialfunktion	32
3.7 Allgemeine AM-GM-Ungleichung	35

VIII Inhaltsverzeichnis

3.8	Harmonische Zahlen	36
4	Reihen	39
4.1	Konvergenz von Reihen	39
4.2	Vergleichskriterien	40
4.3	Alternierende Reihen	42
4.4	Konvergenzbeschleunigung	44
4.5	Umordnung	45
5	Konsequenzen der Stetigkeit	48
5.1	Zwischenwertsatz	48
5.2	Existenz von Maximum und Minimum	50
5.3	Anwendung: Fundamentalsatz der Algebra	51
	Aufgaben	54
III	Differentiation	57
6	Die Ableitung einer Funktion	57
6.1	Begriff der Ableitung	57
6.2	Kalkül der Ableitungsregeln	61
6.3	Höhere Ableitungen und der Satz von Schwarz	65
6.4	Differentiation von Reihen	67
6.5	Trigonometrische Funktionen	69
7	Anwendungen der Ableitung	73
7.1	Kurvendiskussion und Mittelwertsatz	73
7.2	Berechnung von Grenzwerten	78
7.3	Konvexität und die Jensen'sche Ungleichung	81
	Aufgaben	85
IV	Integration	87
8	Das Integral einer Funktion	87
8.1	Begriff des bestimmten Integrals	87
8.2	Stammfunktionen und der Hauptsatz	92
8.3	Computergestützte symbolische Integration	95
8.4	Vertauschung von Integration und Grenzwerten	103
9	Anwendungen des Integrals	108
9.1	Ungleichungen	108
9.2	Abschätzungen von Summen und Reihen	109
9.3	Produktdarstellung der Sinusfunktion	113
	Aufgaben	117
V	Potenzreihen	121
10	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen	121
10.1	Die Taylor'sche Formel	121
10.2	Potenzreihen im Komplexen	127
10.3	Kalkül der Potenzreihen	129

10.4	Die Bernoulli'schen Zahlen	132
11	Erzeugende Funktionen von Zahlenfolgen	136
11.1	Beispiel 1: Das Geldwechselproblem	136
11.2	Beispiel 2: Alternierende Permutationen	139
	Aufgaben	143
VI	Differentialgleichungen	147
12	Anfangswertprobleme	148
12.1	Erste Beispiele: Zurückführung auf Integrale	148
12.2	Existenz und Eindeutigkeit	151
12.3	Gleichungen höherer Ordnung	154
12.4	Computergestützte Lösung: numerisch/symbolisch ..	158
13	Anwendungen von Differentialgleichungen	162
13.1	Koeffizientenabschätzung für „arme Leute“	162
13.2	Funktionalgleichungen	166
	Aufgaben	169
VII	Asymptotik	171
14	Zwei asymptotische Tricks	172
14.1	Bootstrapping	172
14.2	Trading Tails	176
15	Euler–Maclaurin'sche Summenformel	182
15.1	Der Operator kalkül von Lagrange	182
15.2	Die Summenformel mit Restglied	186
15.3	Strategien zur Anwendung der Summenformel	188
15.4	Harmonische Zahlen und die Euler'sche Konstante ...	189
15.5	Die Stirling'sche Formel	192
	Aufgaben	195
	Literaturverzeichnis	197
	Stichwortverzeichnis	199



<http://www.springer.com/978-3-540-70845-2>

Konkrete Analysis
für Studierende der Informatik
Bornemann, F.
2008, X, 206 S. 26 Abb., Softcover
ISBN: 978-3-540-70845-2