

## 4. Kosmologie I: Homogene isotrope Weltmodelle

Wir wenden uns nun der Betrachtung des Universums als Ganzem zu: Nicht mehr einzelne Objekte (wie Galaxien) sollen hier diskutiert werden, sondern der Raum und die Zeit, in dem diese Objekte sich befinden. Diese Betrachtungen werden dann zu einem Weltmodell führen, dem Modell unseres Kosmos.

In diesem Kapitel werden wir Aspekte der homogenen Kosmologie behandeln; wie wir noch sehen werden, kann das Universum in erster Näherung als homogen angenommen werden. Diese Tatsache scheint auf den ersten Blick der Beobachtung zu widersprechen, dass die Welt um uns herum hochgradig inhomogen und strukturiert ist. Die Annahme der Homogenität ist daher sicher nicht auf kleinen Skalen gültig. Jedoch sind die Beobachtungen damit verträglich, dass gemittelt über große Skalen das Universum homogen ist. Aspekte der inhomogenen Kosmologie, also der Bildung und Entwicklung von Strukturen im Universum, werden wir später in Kapitel 7 betrachten.

### 4.1 Einleitung und grundlegende Beobachtungen

Die Kosmologie ist eine besondere Wissenschaft. Um dies einzusehen, vergegenwärtigen wir uns den typischen Weg des Erkenntnisgewinns in den Naturwissenschaften. Dieser beginnt in der Regel mit der Beobachtung einer Gesetzmäßigkeit, beispielsweise dass die Fallstrecke  $h$  eines Steins quadratisch mit der Fallzeit  $t$  zusammenhängt,  $h = (g/2)t^2$ . Dieser Zusammenhang wird dann auch für andere Gegenstände gefunden, man findet ihn an verschiedenen Orten der Erde, und so formuliert man diesen Zusammenhang als „Gesetz“ des freien Falls. Dabei ist die Proportionalitätskonstante  $g/2$  in diesem Gesetz stets die gleiche. Dieses Gesetz bewährt sich durch die Vorhersage, wie ein Gegenstand fällt, und wann immer man diese Vorhersage überprüft, trifft sie zu (natürlich vernachlässigen wir in diesem einfachen Beispiel den Luftwiderstand). Zusammenhänge werden zu physikalischen Gesetzen, wenn die mit ihnen gemachten Vorhersagen sich immer und immer wieder bestätigen; die Gültigkeit eines solchen Gesetzes wird als umso

stärker betrachtet, je diverser diese Überprüfungen stattgefunden haben. Das Fallgesetz wurde nur auf der Erdoberfläche überprüft (und ist auch nur dort mit dieser Proportionalitätskonstante gültig; streng genommen gilt auch dies nicht, denn der Wert der Proportionalitätskonstanten ist leicht ortsabhängig), während das Newtonsche Gravitationsgesetz das Fallgesetz beinhaltet, aber auch das Fallgesetz auf der Mondoberfläche und die Bewegung der Planeten um die Sonne beschreibt. Hätte man nur einen Stein zur Verfügung, so wüsste man nicht, ob das Fallgesetz eine Eigenschaft dieses speziellen Steins oder von allgemeinerer Gültigkeit wäre.

Die Kosmologie entspricht in gewisser Weise jenem letzten Beispiel: Wir haben nur ein Universum, das wir beobachten können. Gesetzmäßigkeiten, die wir in unserem Kosmos erkennen, können wir nicht an anderen Universen überprüfen. Es gibt daher auch nicht die Möglichkeit, eine Eigenschaft des Universums als „typisch“ zu bezeichnen – wir haben keinerlei Statistik, auf die sich eine solche Aussage empirisch stützen könnte. Trotz dieser besonderen Situation haben wir enorme Fortschritte im Verständnis unseres Universums gemacht, wie hier und in späteren Kapiteln beschrieben wird.

Kosmologische Beobachtungen sind im Allgemeinen schwierig, da der größte Teil des Universums (und damit die meisten Quellen im Kosmos) sehr weit von uns weg ist. Aufgrund der großen Entfernungen sind diese Quellen daher sehr lichtschwach. Daraus erklärt sich die Tatsache, dass ein großer Teil des Erkenntnisgewinns mit der Entwicklung großer Teleskope und empfindlicher Detektoren einhergeht. Vieles von dem, was wir heute über das ferne Universum wissen, wurde beispielsweise erst ermöglicht durch die neue Generation von optischen Teleskopen der 8-Meter-Klasse.

Der wichtigste Aspekt für die Beobachtungen in der Kosmologie ist jedoch die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes. Eine Quelle im Abstand  $D$  sehen wir heute in einem Zustand, in dem sie  $\Delta t = (D/c)$  jünger war als heute. Der heutige Zustand des Universums ist nur sehr lokal beobachtbar. Die Kehrseite dieses Effekts ist jedoch von

entscheidender Bedeutung: Die Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit erlaubt es, in die Vergangenheit zu schauen! Galaxien im Abstand von 10 Milliarden Lichtjahren sehen wir in einer Entwicklungsstufe, als das Universum nur etwa ein Drittel des heutigen Weltalters besaß. Wir können zwar nicht die Vergangenheit unserer Milchstraße beobachten, aber die von anderen Spiralgalaxien studieren, und wenn es gelingt, solche darunter zu identifizieren, die sich im Laufe der kosmischen Entwicklung zu Objekten ähnlich unserer Galaxis herausbilden werden, dann kann man viel über die typische Entwicklungsgeschichte von solchen Spiralen aussagen.

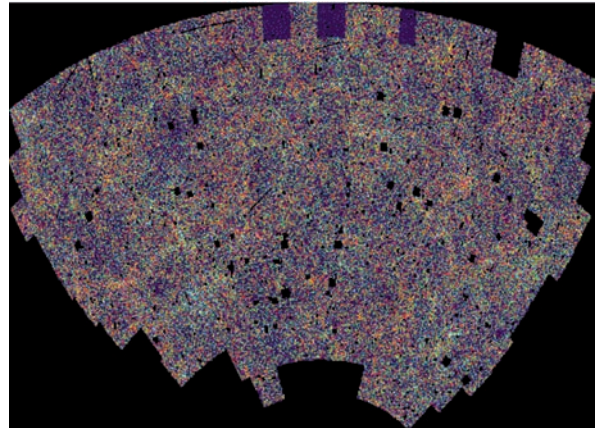
Die Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit in einem euklidischen Raum, in dessen Ursprung  $r = 0$  wir uns heute ( $t = t_0$ ) befinden, impliziert, dass wir nur solche Raum-Zeit-Punkte sehen können, für die gilt:  $|r| = c(t_0 - t)$ ; ein beliebiger Raum-Zeit-Punkt  $(r, t)$  ist unbeobachtbar. Die Menge der Raum-Zeit-Punkte, die die Relation  $|r| = c(t_0 - t)$  erfüllen, nennt man auch unseren *rückwärtigen Lichtkegel*.

Die Tatsache, dass wir nur den Teil des Universums sehen können, der sich auf unserem rückwärtigen Lichtkegel befindet, impliziert, dass wir nur dann eine Chance haben, durch Beobachtungen das Universum zu verstehen, wenn dessen Struktur „einfach“ ist. Zum Glück scheint unser Universum eine im Wesentlichen einfache Struktur zu besitzen.

#### 4.1.1 Grundlegende kosmologische Beobachtungen

Wir beginnen mit einer kurzen Liste von Beobachtungen, die sich für die Kosmologie als besonders wichtig herausgestellt haben. Aus diesen Beobachtungstatsachen werden wir dann sofort einige Schlussfolgerungen ziehen können; andere Beobachtungen werden später im Rahmen eines kosmologischen Modells zu erklären sein.

1. Nachts ist der Himmel dunkel (Olbers-Paradoxon).
2. Gemittelt über große Winkelskalen sind lichtschwache Galaxien (z. B. solche mit  $R > 20$ ) am Himmel gleichförmig verteilt (siehe Abb. 4.1).
3. Bis auf ganz wenige Ausnahmen von sehr nahen Galaxien (z. B. Andromeda=M31) zeigen die Spektren von Galaxien eine Rotverschiebung; die allermeis-

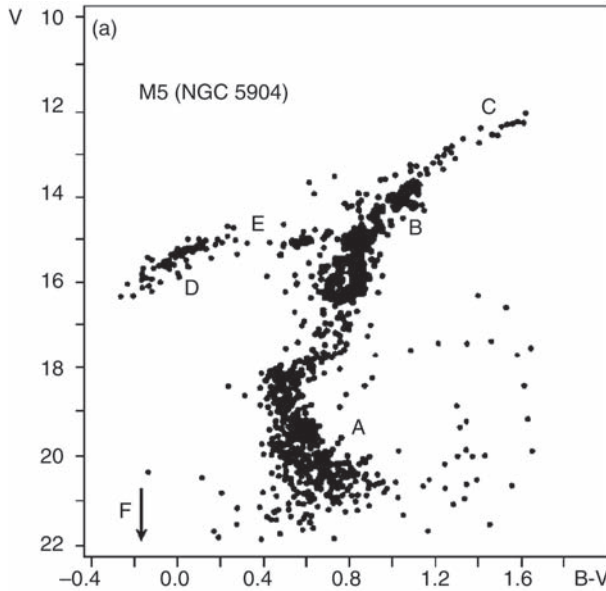


**Abb. 4.1.** Der APM-Survey: Galaxienverteilung in einem ca. 100 mal 50 Grad großen Feld um den Galaktischen Südpol. Die Intensitäten der Pixel sind skaliert mit der Anzahl der Galaxien pro Pixel, also der an der Sphäre projizierten Galaxiendichte. Die „schwarzen Löcher“ sind nicht untersuchte Gebiete um helle Sterne, Kugelsternhaufen, etc.

- ten Galaxien bewegen sich von uns weg mit einer Geschwindigkeit, die linear mit der Entfernung der Galaxie anwächst (Hubble-Gesetz; siehe Abb. 1.10).
4. In fast allen kosmischen Objekten (z. B. Gasnebel, Hauptreihensterne) beträgt der Massenanteil von Helium etwa 25–30%.
5. Die ältesten Sternhaufen in unserer Galaxis haben ein Alter von  $\sim 12 \text{ Gyr} = 12 \times 10^9 \text{ yr}$  (siehe Abb. 4.2).
6. Es gibt eine Mikrowellenstrahlung (kosmischer Mikrowellenhintergrund, cosmic microwave background radiation, CMB), die uns aus allen Richtungen erreicht. Diese Strahlung ist bis auf sehr kleine, aber ungemein wichtige Fluktuationen der relativen Stärke  $\sim 10^{-5}$  isotrop.
7. Das Spektrum des CMB entspricht, soweit bisher gemessen, einer perfekten Schwarzkörperstrahlung, d. h. einer Planck-Strahlung mit Temperatur  $T_0 = 2.728 \pm 0.004 \text{ K}$  – siehe Abb. 4.3.
8. Die Anzahldichte von Radioquellen bei hoher Galaktischer Breite folgt *nicht* dem einfachen Gesetz  $N(> S) \propto S^{-3/2}$  (siehe Abb. 4.4).

#### 4.1.2 Einfache Schlussfolgerungen

Wir wollen zunächst aus den oben aufgezählten Beobachtungstatsachen einige einfache Schlüsse ziehen, die



**Abb. 4.2.** Links: Farben-Helligkeits-Diagramm des Kugelsternhaufens M5. Die verschiedenen Bereiche in diesem Diagramm sind gekennzeichnet. A: Hauptreihe; B: Roter Riesenast; C: hier passiert der He-Flash; D: Horizontalast; E: Schwarzschild-Lücke im Horizontalast; F: Weiße Zwerg, unterhalb des Pfeils. Dort wo die Hauptreihe zum Roten Riesenast abknickt (der so genannte „Turn-Off Point“) befinden sich gerade noch Sterne der Masse, für die das Lebensalter auf der Hauptreihe gleich dem Alter des Kugelsternhaufens ist. Aus der Lage dieses Turn-Offs kann man daher das Alter des Sternhaufens bestimmen, wenn man sie mit Modellrechnungen der Sternentwicklung vergleicht. Im rechten

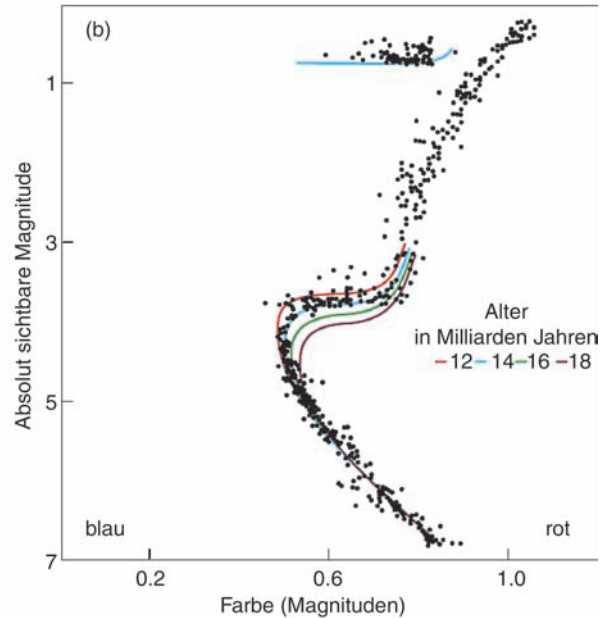
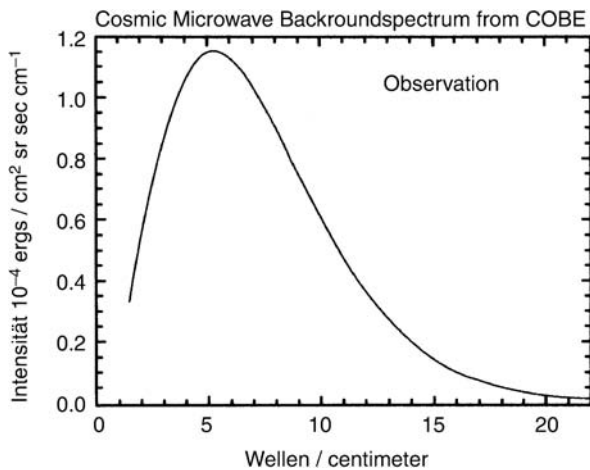
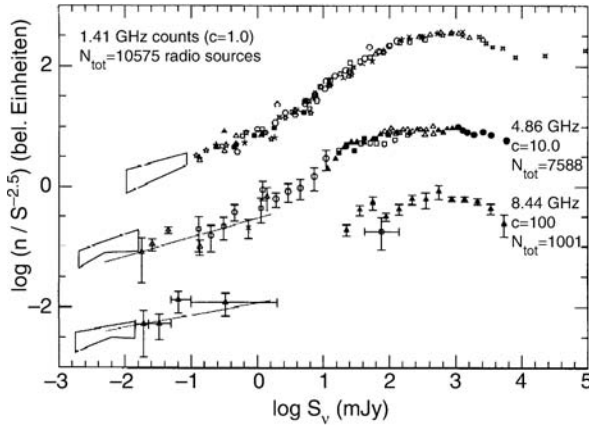


Bild sind Isochronen (Kurven von Sternen gleichen Alters) für verschiedene Alterswerte des Kugelsternhaufens 47 Tucanae eingezeichnet. Aus solchen Untersuchungen ergibt sich, dass die ältesten Sternhaufen in unserer Milchstraße etwa 13 Milliarden Jahre alt sind, wobei dieser Wert von verschiedenen Gruppen leicht unterschiedlich bestimmt wird – Details der Sternentwicklung können hier eine Rolle spielen. Weiterhin hängt das ermittelte Alter auch von der Entfernung der Haufen ab; die Revision dieser Entfernungen durch den HIPPARCOS Satelliten etwa hat die Abschätzung des Alters um ca. 2 Milliarden Jahre nach unten korrigiert



**Abb. 4.3.** CMB-Spektrum, aufgetragen als Intensität gegen Frequenz, gemessen in Wellen pro Zentimeter. Die durchgezogene Linie zeigt das erwartete Spektrum eines schwarzen Körpers der Temperatur  $T = 2.728$  K. Die Fehlerbalken dieser Daten, die mit dem FIRAS-Instrument an Bord von COBE gemessen wurden, sind so klein, dass die Datenpunkte nicht von der theoretischen Kurve unterschieden werden können



**Abb. 4.4.** Zählungen der Radioquellen als Funktion des Flusses, normiert durch die „Euklidische“ Erwartung  $N(S) \propto S^{-5/2}$ , was den integrierten Zählungen  $N(> S) \propto S^{-3/2}$  entspricht. Ergebnisse sind für drei verschiedene Frequenzen angegeben. Man sieht, dass die Zählungen klar von der Euklidischen Erwartung abweichen

uns dann dazu motivieren werden, das kosmologische Modell zu entwickeln. Dabei beginnen wir zunächst mit der Annahme eines unendlichen, euklidischen, statischen Universums und werden zeigen, dass dies sofort zu einem Widerspruch mit den Beobachtungen (1) und (8) führt.

**Das Olbers-Paradoxon (1):** Wir können zeigen, dass in einem solchen Universum der Himmel nachts hell wäre – ungemütlich hell sogar. Dazu sei  $n_*$  die mittlere Anzahldichte von Sternen, die laut Annahme konstant in Raum und Zeit ist, und  $R_*$  ihr mittlerer Radius. Eine Kugelschale mit Radius  $r$  und Dicke  $dr$  um uns herum enthält  $4\pi r^2 dr n_*$  Sterne. Jeder dieser Sterne nimmt einen Raumwinkel von  $\pi R_*^2/r^2$  ein, also nehmen die Sterne in der Kugelschale insgesamt den Raumwinkel

$$d\omega = 4\pi r^2 dr n_* \frac{R_*^2 \pi}{r^2} = 4\pi^2 n_* R_*^2 dr \quad (4.1)$$

ein. Wie man sieht, ist dieser Wert unabhängig vom Radius  $r$  der Kugelschale, da der Raumwinkel eines Einzelsterns  $\propto r^{-2}$  sich gerade mit dem Volumen der Kugelschale  $\propto r^2$  kompensiert. Um nun den gesamten Raumwinkel aller Sterne in einem statischen euklidischen Universum zu berechnen, muss (4.1) über alle

Entfernungen  $r$  integriert werden, aber das Integral

$$\omega = \int_0^\infty dr \frac{d\omega}{dr} = 4\pi^2 n_* R_*^2 \int_0^\infty dr$$

divergiert! Formal bedeutet dies, dass die Sterne einen unendlichen Raumwinkel einnehmen, was natürlich physikalisch keinen Sinn ergibt. Der Grund für diese Divergenz ist darin zu sehen, dass wir den Effekt von sich überlappenden Sternscheiben an der Sphäre nicht berücksichtigt haben. Diese Betrachtung zeigt jedoch, dass der Himmel von Sternscheiben vollständig gefüllt wäre, d. h. aus jeder Richtung, entlang jeder Sichtlinie würde uns Sternlicht erreichen. Da die spezifische Intensität  $I_\nu$  entfernungsunabhängig ist (die Flächenhelligkeit der Sonne ist von der Erde aus betrachtet die gleiche, die ein Beobachter sähe, der sich sehr viel näher an der Sonnenoberfläche aufhielte), wäre der Himmel  $\sim 10^4$  K heiß; glücklicherweise ist er es nicht!

**Quellenzählungen (8):** Betrachten wir als Nächstes eine Population von Quellen mit räumlich und zeitlich konstanter Leuchtkraftfunktion, d. h. sei  $n(> L)$  die räumliche Anzahldichte von Quellen mit Leuchtkraft größer als  $L$ . In einer Kugelschale mit Radius  $r$  und Dicke  $dr$  um uns herum befinden sich  $4\pi r^2 dr n(> L)$  Quellen mit einer Leuchtkraft  $> L$ . Da der beobachtete Fluss  $S$  mit der Leuchtkraft über  $L = 4\pi r^2 S$  zusammenhängt, ist die Anzahl von Quellen mit Fluss  $> S$  in dieser Kugelschale gegeben als  $dN(> S) = 4\pi r^2 dr n(> 4\pi r^2 S)$ , und die gesamte Zahl von Quellen mit Fluss  $> S$  ergibt sich aus der Integration über den Radius der Kugelschalen,

$$N(> S) = \int_0^\infty dr 4\pi r^2 n(> S 4\pi r^2).$$

Die Änderung der Integrationsvariablen auf  $L = S 4\pi r^2$ , oder  $r = \sqrt{L/(4\pi S)}$ , mit  $dr = dL/(2\sqrt{4\pi LS})$  ergibt dann:

$$\begin{aligned} N(> S) &= \int_0^\infty \frac{dL}{2\sqrt{4\pi LS}} \frac{L}{4\pi S} n(> L) \\ &= \frac{1}{16\pi^{3/2}} S^{-3/2} \int_0^\infty dL \sqrt{L} n(> L). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Daraus sieht man, dass unabhängig von der Leuchtkraftfunktion die Quellenzählungen in einem solchen

Universum  $N(> S) \propto S^{-3/2}$  wären, im Widerspruch zu den Beobachtungen.

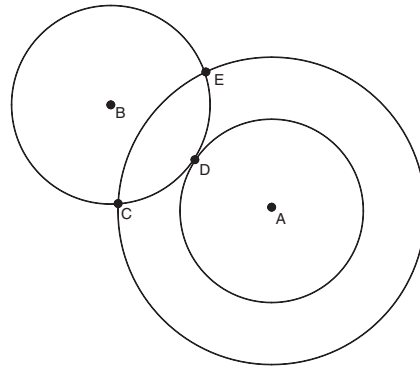
Aus diesen beiden Widersprüchen – das Olbers-Paradoxon und die nicht-euklidischen Quellenzählungen – schließen wir also, dass mindestens eine der Annahmen falsch sein muss. Unser Universum kann nicht euklidisch, unendlich und statisch sein. Der Hubble-Fluss, d. h. die Rotverschiebung der Galaxien, deutet auf ein nicht-statisches Universum hin.

Das **Alter von Sternhaufen (5)** zeigt, dass das Universum mindestens 12 Gyr alt sein muss, denn das Weltalter kann nicht kleiner sein als das der ältesten Objekte. Interessanterweise ergeben die Altersabschätzungen von Kugelsternhaufen einen Wert, der sehr ähnlich der *Hubble-Zeit*  $H_0^{-1} = 10 h^{-1}$  Gyr ist. Diese Übereinstimmung suggeriert, dass die Hubble-Expansion direkt mit der Entwicklung des Universums zusammenhängen könnte.

Die über große Skalen gemittelt isotrop erscheinende **Galaxienverteilung (2)** und die **CMB-Isotropie (6)** legen nahe, dass auf großen Winkelskalen das Universum um uns herum isotrop ist. Wir werden daher zunächst ein Weltmodell betrachten, welches das Universum um uns herum als isotrop beschreibt. Wenn wir zusätzlich davon ausgehen, dass unser Ort im Kosmos nicht vor anderen Orten ausgezeichnet ist, so folgt aus der Annahme der Isotropie um uns sofort, dass das Universum von jedem Punkt aus gesehen isotrop erscheint. Aus der Isotropie um jeden Punkt folgt dann unmittelbar die Homogenität des Universums, wie in der Abb. 4.5 erläutert ist. Zusammengenommen bezeichnet man die Annahme der Homogenität und Isotropie des Universums auch als *kosmologisches Prinzip*. Wir werden sehen, dass ein auf dem kosmologischen Prinzip basierendes Weltmodell in der Tat eine exzellente Beschreibung vieler Beobachtungstatsachen liefert.

Allerdings kann die Homogenität prinzipiell nicht beobachtet werden, da Beobachtungen weit entfernter Gebiete (oder Objekte) diese zu früheren Zeiten zeigen. Falls das Universum sich zeitlich entwickelt, wie es die obigen Betrachtungen nahe legen, können Entwicklungseffekte nicht direkt von räumlichen Variationen getrennt werden.

Die Annahme der Homogenität ist natürlich auf kleinen Skalen hinfällig: Wir sehen Strukturen im Universum wie Galaxien und Galaxienhaufen, es gibt sogar Ansammlungen von Galaxienhaufen, sog. Superhaufen.



**Abb. 4.5.** Aus der Isotropie um zwei Punkte folgt die Homogenität: Ist das Universum um B isotrop, so ist die Dichte gleich in C, D, und E. Indem man Kugeln mit unterschiedlichen Radien um A konstruiert, wird gezeigt, dass der Bereich innerhalb der gezeichneten Kugelschale um A homogen sein muss. Mit Schalen, die groß genug sind, kann man so Homogenität für das ganze Universum folgern

Rotverschiebungs-Surveys haben Strukturen entdeckt, die sich über  $\sim 100 h^{-1}$  Mpc erstrecken. Allerdings gibt es keine Hinweise auf Strukturen im Kosmos auf Skalen  $\gg 100$  Mpc. Diese Länge können wir vergleichen mit einer charakteristischen Skala des Universums, die sich wiederum aus der Hubble-Konstanten ergibt. Wenn  $H_0^{-1}$  ein charakteristisches Weltalter angibt, so kann Licht in dieser Zeit die Strecke  $c/H_0$  zurücklegen. Daraus erhält man als charakteristische Größe des Universums (genauer müsste man sagen: des beobachtbaren Universums) den *Hubble-Radius*

$$R_H := \frac{c}{H_0} = 2997 h^{-1} \text{ Mpc} : \text{Hubble-Länge} \quad (4.3)$$

Das Hubble-Volumen  $\sim R_H^3$  kann also sehr viele Strukturen der Größe  $\sim 100 h^{-1}$  Mpc enthalten, so dass es immer noch sinnvoll ist, von einem im Mittel homogenen Universum auszugehen. In diesem homogenen Universum gibt es dann Dichtestörungen, die mit den beobachteten großskaligen Strukturen zu identifizieren sind; diese werden im Detail in Kapitel 7 betrachtet. Aber in erster Näherung kann man für die Beschreibung des Universums als Ganzes diese Dichtestörungen vernachlässigen. Daher werden wir als Nächstes Weltmodelle betrachten, die auf dem kosmologischen Prinzip beruhen, d. h. in denen für alle



<http://www.springer.com/978-3-540-25832-2>

Einführung in die Extragalaktische Astronomie und  
Kosmologie

Schneider, P.

2006, XV, 452 S., Hardcover

ISBN: 978-3-540-25832-2