2

Professor in Pisa

2.1 Von der Promotion direkt auf den Lehrstuhl

Der junge Vito, „Normalista“ in Pisa, schreibt also 1882 bei Enrico Betti seine Dissertation in Hydrodynamik. Mit ihm erlangen in jenen Jahren auf der *Normale* auch Salvatore Pincherle, Gregorio Ricci-Curbastro, Luigi Bianchi, Carlo Somigliana und Mario Pieri ihren Abschluß; später, in den 1890er Jahren, folgen Federigo Enriques, Gaetano Scorza und Guido Fubini. Das sind alles „exzellente“ Namen in der Geschichte der italienischen Mathematik, und sie reichen aus, den Rang der *Scuola Normale Superiore* von Pisa einzuordnen. Im vorhergehenden Kapitel haben wir über den Lehrkörper gesprochen, den Volterra bei seinem Eintritt in die *Normale* vorgefunden hat: vor allem sind es Betti und Dini, die ihm am Anfang die erste Orientierung geben. Um diese beiden entsteht in Pisa ein guter Teil des Gerüstes derjenigen italienischen Mathematik, die zu Beginn des neuen Jahrhunderts in der hypothetischen „Rangliste der Nationen“ im Allgemeinen gleich nach Frankreich und Deutschland auf dem dritten Platz gesehen wird. Und diese italienische Mathematik hat in den Jahren nach 1860, zum Zeitpunkt der Einigung des Landes, im Wesentlichen bei null begonnen!

Bevor wir die ersten Schritte des gerade promovierten jungen Mannes in der Forschung verfolgen, ist es angebracht, einen Blick nach vorne zu werfen: Wir werden den Spuren eines der künftigen Protagonisten des großen Sprunges nach vorn folgen, der die italienische Mathematik der traditionellen französischen und deutschen Exzellenz annähert; Volterra wird versuchen – und hier werden sich die Erfolge als problematischer herausstellen – die kulturelle und soziale Entwicklung des Landes zu lenken. Es ist ein Boom, der um die Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert alle Disziplinen einschließt, in denen die mathematische Forschung einen Neustart machte (wobei wir viele der oben zitierten Namen aus Pisa finden): Die *Analysis* mit den Untersuchungen von Brioschi, Dini, Casorati, Arzelà, Ascoli, Peano, Pincherle, Vitali, Tonelli, Fubini usw.; die *Geometrie*, insbesondere mit den Beiträgen von Cremona, Battaglini, Bertini, Segre, Fano, Beltrami, Castelnuovo, Enriques, Severi und der gesamten

A. Guerraggio, G. Paoloni, *Vito Volterra*, Vita Mathematica,
DOI 10.1007/978-3-0348-0081-5_2, © Springer Basel AG 2011

italienischen Schule der algebraischen Geometrie; die *mathematische Physik* mit Betti, Ricci-Curbastro, Bianchi, Somigliana, Levi-Civita usw. Somit hat Volterra das Glück, zur richtigen Zeit am richtigen Ort zu sein; und er hat das Verdienst, in diesem „richtigen Moment“ entscheidende Beiträge zu leisten. Seine Beiträge beziehen sich auf die Analysis, die mathematische Physik und auch auf andere Gebiete. Volterras Forschungsarbeit zeigt jedoch durch das Vorhandensein einiger Konstanten eine ausgeprägte Einheitlichkeit und es ist nicht schwer, diese Konstanten in seinem Denken und in seinem Handeln zu erfassen. Auch sie sind von großer Bedeutung.

Wir haben erwähnt, daß Volterra 1882 bei Betti promoviert hat. Und bei Betti beginnt er im Dezember, bald nach der Dissertation, die akademische Laufbahn dank seiner Ernennung zum Assistenten: „Lieber Volterra, gestern Abend hat die Fakultät beschlossen, dem Minister vorzuschlagen, die Eröffnung des Auswahlverfahrens für den Lehrstuhl für Rationale Mechanik zu beschleunigen, und daß ich inzwischen diese Vorlesung bis zur Ernennung des Professors halten soll, der aus dem Auswahlverfahren hervorgeht. Ich habe zugesagt, diese Aufgabe zu übernehmen, aber ich habe darum gebeten, der Regierung vorzuschlagen, mir einen Assistenten zur Seite zu stellen, dem eine Vergütung gezahlt wird, wie sie einem diesbezüglichen Beauftragten zukommen müßte, das heißt, eine Jahresvergütung in Höhe von 1250 Lire[1]; und die Fakultät hat dem Minister auch diesen Vorschlag unterbreitet. Ich meine aus gutem Grunde, daß die Vorschläge der Fakultät angenommen werden. Sobald die Zustimmung erteilt wird, muß ich den Assistenten vorschlagen, und ich möchte Sie vorschlagen. Schreiben Sie mir, ob Sie bereit sind, zuzusagen“.[2]

Die Familie, Mutter Angelica und Onkel Alfonso, stehen dem jungen Vito auch bei dessen ersten Schritten ins Erwachsenenleben zur Seite und verfolgen seine Schritte mit liebevoller Aufmerksamkeit. Antonio Roiti, sein „alter“ Physikprofessor am *Istituto tecnico* „Galileo Galilei“ in Florenz und jetzt Professor an der Universität Palermo, läßt es nicht an Ratschlägen fehlen – die nötigenfalls auch barsch sein können –, damit Volterra nicht die sich bietenden Gelegenheiten verpaßt. Mit der Ernennung zum Assistenten von Betti erfährt Volterras Laufbahn eine unerwartete Beschleunigung. Im darauffolgenden Jahr gewinnt er, trotz der anfänglichen Behutsamkeit des „Chefs“, das Auswahlverfahren für die Professur für Rationale Mechanik, wobei man sich auf Bettis oben zitierten Brief berief. Es handelt sich um eine Professur an der Universität Pisa, an der Volterra nur wenige Monate zuvor promoviert hatte!

In Pisa lehrt Volterra zehn Jahre lang und hält dort die Vorlesungen über rationale Mechanik und graphische Statik; nach Bettis Tod hält er auch die Vorlesungen über mathematische Physik. Für kurze Zeit wird er auch Bi-

---

[1] Entspricht ungefähr 5000 Euro.

[2] Der Brief von Betti an Volterra ist vom 31. Oktober 1892. Das Original befindet sich – wie alle anderen im Buch zitierten Briefe an Volterra – im *Archivio Volterra dell'Accademia dei Lincei* in Rom.

bliotheksbeauftragter der *Normale*. Es sind wichtige Jahre für Pisa und seine Universität. Wir können uns leicht vorstellen, daß das auch entscheidende Jahre für einen Universitätsprofessor sind, der noch nicht einmal 30 Jahre alt ist!

Er ist von einer für die damalige Zeit durchschnittlichen Statur und Körpergröße (kaum 1,70 Meter groß), hat dunkle kastanienbraune Haare und beginnt, sich jetzt einen Bart wachsen zu lassen. Er vertritt zu diesem Zeitpunkt keine besonderen politischen Ansichten, auch wenn es aufgrund einiger Sätze seines Briefwechsels mit den Familienangehörigen den Anschein hat, daß er zum gemäßigten Konservatismus und zur Unterstützung der Monarchie neigt. Dies ist im Übrigen das politische Klima, das an der *Normale* vorherrschte, als er seine Ausbildung erhielt. Als Dini den positiven Ausgang der 1882 in einem toskanischen Kollegium erfolgten Verwaltungswahlen Betti mitteilt, schreibt er ihm, daß „wir auf diese Weise auch die Zitadelle der Fortschrittsfaselei erobert haben“[3] und faßt damit konzise die politischen Gefühle zusammen, von denen die Gruppe der Mathematiker beseelt war. In seinen ersten Kontakten zu den Studenten erweist sich Professor Volterra als besonders streng und anspruchsvoll. Ansonsten bewegt er sich noch mit einer gewissen Scheu und Verlegenheit in der akademischen Welt. Ab 1887 lebt er mit seiner Mutter zusammen, die ihm nach Pisa folgt und Florenz endgültig verläßt. Wer die Gelegenheit hat, Volterra näher kennenzulernen, spricht von ihm als einem äußerst freundlichen jungen Mann, der unmittelbare Sympathien erweckt. Das wird von dem fast gleichaltrigen Ernesto Pascal (1865–1940) bestätigt, der Mathematikprofessor an der Universität Pavia und später an der Universität Neapel werden sollte: „Prof. Volterra ist ein engelsgleicher junger Mann von charakteristischer Bescheidenheit“.[4]

Man beginnt nun, seinen Wert auch jenseits der Grenzen von Pisa zu erkennen. Allmählich öffnet ihm die wissenschaftliche und akademische Welt Italiens ihre Tore. Er erhält 1887 die Goldmedaille des Mathematikpreises, der von der *Società dei XL*[5] ausgeschrieben wurde. Ein Jahr später wird er zum *korrespondierenden Mitglied* der *Accademia dei Lincei*[6] ernannt (1899 wird er zum *Vollmitglied* gewählt, was als eine noch bedeutendere Auszeichnung gilt). 1891 wird er Mitglied des *Circolo matematico di Palermo* und *Cavaliere*

---

[3] Dinis Aussage wird in Berengo [5] zitiert.

[4] Dieser Satz ist Bestandteil des vom 23. November 1887 datierten Briefes von Pascal an den Mathematikhistoriker Federico Amodeo. Der Brief wurde in Palladino [64] veröffentlicht.

[5] Die *Accademia Nazionale delle Scienze*, auch *Accademia dei XL* (Akademie der Vierzig) oder *Società dei XL* (Gesellschaft der Vierzig) genannt, ist eine 1782 in Verona gegründete italienische Gelehrtengesellschaft.

[6] Die *Accademia Nazionale dei Lincei*, kurz *Accademia dei Lincei* wurde 1603 in Rom gegründet. Ihr Symbol ist der Luchs (italienisch *lince*), der sich durch eine besonders starke Sehkraft auszeichnet. Die „Lincei“ sind die „Luchsäugigen“, also die „Scharfsichtigen“ (s. Kleinert [52]).

dell'Ordine della Corona d'Italia[7]. Im Jahr 1892 wird er – nach Bettis Tod – zum Dekan der Fakultät für Naturwissenschaften der Universität Pisa gewählt und folgt seinem Meister auch bei der Leitung der Zeitschrift *Nuovo Cimento*.

2.2 Wissenschaftliche Arbeit in Pisa

Die nachfolgenden Jahre als Professor in Pisa sind für Volterra auch vom Standpunkt der Forschung und der weiteren Entwicklung seiner wissenschaftlichen Persönlichkeit äußerst wichtig. Zuerst ist er Analytiker bei Dini, danach mathematischer Physiker bei Betti. In Volterras Fall (aber das trifft auch auf Betti zu) ist es jedoch problematisch, eine scharfe Trennlinie zwischen den Arbeiten zur Analysis und den Arbeiten zur mathematischen Physik zu ziehen. Wir werden das dennoch versuchen – um uns in Volterras wissenschaftlichem Ausstoß orientieren zu können, der bald sehr umfangreich wird. Die Einteilung der Arbeiten gibt uns einen wichtigen Schlüssel in die Hand – aber wir müssen darauf hinweisen, daß es sich um eine Unterscheidung handelt, die mit Vorsicht zu verwenden ist. Einerseits deswegen, weil in Volterras „physikalischen" Arbeiten das Auftreten analytischer Werkzeuge alles andere als nebensächlich ist, andererseits aber auch deswegen, weil in den Arbeiten, die wir als „analytisch" bezeichnen, häufig Motivationen, Beispiele und Anwendungen physikalischer Natur anzutreffen sind.

Auf jeden Fall reduzieren sich die verschiedenen Arbeiten – seien es nun Arbeiten zur Analysis oder zur mathematischen Physik – niemals ausschließlich auf den Beweis eines Satzes. Vielmehr verhält es sich so: Sätze, Folgerungen und Bemerkungen sind ein Gefüge, um das sich ein regelrechter wissenschaftlicher Diskurs entwickelt. Mitunter sieht sich Volterra bei seinen Untersuchungen gleichsam zu langen Vorbemerkungen oder „theoretischen" Zwischenbemerkungen gezwungen, um die Werkzeuge für eine geeignete Formalisierung bereitzustellen; in anderen Arbeiten ist er überwiegend von der Möglichkeit fasziniert, neue physikalische Probleme zu lösen oder einen Beitrag zur Präzisierung alter experimenteller Beobachtungen zu leisten. Bei der Darstellung einiger Forschungsarbeiten von Volterra werden wir mehrmals die Gelegenheit haben, auf die ausgeprägte Einheitlichkeit der Arbeiten hinzuweisen. Wir beschränken uns jetzt auf ein Beispiel, das auch für Volterras Stil bezeichnend ist: Wir zitieren einen Ausschnitt aus *Sopra alcune condizioni caratteristiche delle funzioni di una variabile complessa* (Volterra [105]). Hierbei handelt es sich um eine lange und engagierte Abhandlung – im Umfang von mehr als fünfzig Seiten! –, die er am 12. Mai 1882 eingereicht hat; man findet dort noch die Angabe, daß der Autor Student der *Normale* ist. In der Einleitung zu dieser Abhandlung – die wir als analytisch bezeichnen würden –, lesen wir, daß „in der vorliegenden Arbeit das Problem der Bestimmung gewisser Funktionen komplexer Variabler unter gewissen Bedingungen in endlichen Gebieten

[7] Ritter des Ordens der Krone von Italien. Der Orden wurde 1868 durch König Viktor Emanuel II. zum Andenken an die Einigung Italiens gestiftet.

gelöst wird. Diese Lösungen führen zur Integration der Differentialgleichung $\Delta^2\mu = 0$ mit gegebenen Randbedingungen, wie aufgrund des zwischen den beiden Problemen bestehenden Zusammenhangs vorauszusehen ist. Es ist zu bemerken, daß die gefundenen Formeln auch physikalische Fragen lösen, die sich auf die Verteilung von Temperaturen und von konstanten galvanischen Strömen beziehen". Wir wollen diese einheitliche Perspektive für den Moment zurückstellen und aus Bequemlichkeitsgründen eine strengere Klassifikation anwenden. Volterras erste Arbeit – die im *Nuovo Cimento* veröffentlicht wurde und die Enrico Betti in seinem Jahresbericht an das Ministerium erwähnt hat (vgl. S. 12) –, nimmt das Problem der Berechnung des Potentials eines Ellipsoids in Angriff.[8] Insgesamt veröffentlicht Volterra während der Zeit in Pisa und bis zum Beginn der 1890er Jahre etwa zwanzig (!) Arbeiten zur mathematischen Physik. Volterra schreibt diese Arbeiten vor allem in der Zeit zwischen 1882 und 1885 und in den letzten Jahren seines Aufenthalts in Pisa. Die Arbeiten erstrecken sich von der Potentialtheorie bis hin zu seinen ersten Bemerkungen zur Elastizitätstheorie und berühren verschiedene Fragen der Hydrodynamik, der Elektrochemie (dieses Thema hatte ihm Antonio Roiti vorgeschlagen), der Mechanik, der Optik, der Elektrostatik und der Elektrodynamik (unter besonderer Berücksichtigung der analytischen Aspekte und der Beziehungen zur Variationsrechnung).

Unter dem Titel *Sur les vibrations dans les milieux biréfringents* wird die wichtigste dieser Untersuchungen in den *Acta Mathematica* veröffentlicht[9], der Zeitschrift des schwedischen Mathematikers Gustaf Mittag-Leffler (1846–1927); der Arbeit geht diesmal keine einschlägige Veröffentlichung in den Mitteilungen der *Accademia dei Lincei* voraus. Es geht um eine Analyse der mathematischen Gesetze der Lichtausbreitung in doppelbrechenden Medien und um deren Eigenschaft, den einfallenden Strahl in zwei polarisierte Strahlen zu spalten, die in zueinander senkrechten Ebenen schwingen.

Das Problem hat eine lange Geschichte. Bereits C. Huygens hatte das Problem 1690 in seinem *Traité de la lumière* angepackt. Danach sind zahlreiche Physiker und Mathematiker auf die Frage aufmerksam geworden, zum Beispiel Fresnel, Hamilton, Plücker, Navier, Cauchy, Green und Stokes, wobei wir ein wachsendes Interesse für das Modell erkennen, das von der Elastizitätstheorie bereitgestellt wird.[10] Gegen 1860 stellt der französische Mathematiker und Ingenieur Gabriel Lamé in seinem Werk *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides* die Vorlesungen zusammen, die er an der Sorbonne gehalten hat. Wir zitieren zunächst Volterra: „Lamé widmet die 22. und die 23. dieser Vorlesungen über mathematische Elastizitätstheorie den Untersuchungen der Möglichkeit eines einzigen Schwingungszentrums bei der Lichtausbreitung in doppelbrechenden Medien". Um das Phänomen vom mathematischen Standpunkt aus zu untersuchen, macht Lamé einen Ansatz

[8] Volterra [101].
[9] Volterra [115].
[10] In Bezug auf die Geschichte des Problems verweisen wir auf Gårding [31].

mit einem System von partiellen Differentialgleichungen und findet spezielle Lösungen dieses Systems. Auf diese Lösungen stützen sich die Betrachtungen der russischen Mathematikerin Sofja (Sonja) Kowalewskaja, die übrigens auf eine Methode zurückgreift, die bereits von Weierstraß auf die Lösung einfacherer Systeme angewendet wurde. Ihr Ziel besteht darin, einige physikalische Widersprüchlichkeiten zu überwinden, die man in Lamés Überlegungen antrifft, und gleichzeitig die allgemeine Lösung des Systems zu erhalten. Ihre Forschungsarbeit erscheint 1886 in den *Acta Mathematica*: Zwei Jahre zuvor war es Mittag-Leffler gelungen, Kowalewskajas akademische Schwierigkeiten zu überwinden und für sie einen Lehrauftrag (und später eine Professur) an der Universität Stockholm zu finden. Auch die schwedischen Intellektuellen tun sich damals schwer, eine Frau zu akzeptieren, die sich der wissenschaftlichen Arbeit verschrieben hat. Für den Dramatiker August Strindberg ist eine Mathematikgelehrte „ein schädliches und unangenehmes Phänomen, ja sogar eine Ungeheuerlichkeit". Sofja Kowalewskaja (1850–1891) ist die erste Frau der Welt, die ein Doktorat in Mathematik erlangt und in der Wissenschaft eine große Wertschätzung genießt.[11] Um andere bedeutende Mathematikerinnen zu finden, muß man in Italien bis zu Maria Gaetana Agnesi[12] und in Frankreich bis zu Sophie Germain[13] zurückgehen. Für Sofja Kowalewskaja, die russischer Nationalität war, wird eine Scheinehe „arrangiert", damit sie ihr Studium fortsetzen und über einen Paß verfügen kann.[14] Auf diese Weise kann sie in Deutschland studieren, wo sie 1874 bei Weierstraß promoviert. Davor ist sie während der Tage der Kommune auch in Paris gewesen. Ihre politischen Ideen sind nicht sehr „orthodox" und das trägt nicht gerade dazu bei, ihre Lage und ihre Aussichten auf eine akademische Laufbahn zu verbessern. Glücklicherweise wird sie, wie bereits gesagt, von Mathematikern wie Weierstraß und Mittag-Leffler unterstützt. 1888 erhält sie den *Prix Bordin* der französischen Akademie der Wissenschaften. Erst im Jahr 1908 erhält eine weitere Frau – Marie Curie – eine Universitätsprofessur.

Um auf Volterra zurückzukommen: Unsere obigen Ausführungen erklären, warum er seine Arbeit in den *Acta Mathematica* veröffentlicht. Es ist dieselbe Zeitschrift, in der Sofja Kowalewskajas Arbeit publiziert worden war. Volterras Beitrag geht aus einer kritischen Betrachtung des von Lamé angewendeten Verfahrens hervor. Die Transformation der Lösungen Lamés in eine andere Form ermöglicht die Aufdeckung eines Fehlers, der auch Sofja Kowalewskaja entgangen war und deswegen ihre Suche nach der allgemeinen Lösung entkräftet. Volterra schreibt in seiner oben genannten Arbeit: „Diese Eigenschaft [der Polydromie] erkennt man nicht auf den ersten Blick, wenn man diese

[11] Wir verweisen hier auf die Kowaleskaja-Biographie von Tuschmann-Hawig [99].

[12] Maria Gaetana Agnesi (1718–1799) veröffentlichte 1748 ihr Werk *Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana*, eine Einführung in die Analysis.

[13] Sophie Germain (1776–1831) ist vor allem durch ihre Beiträge zur mathematischen Elastizitätstheorie und zur Zahlentheorie bekannt.

[14] Sofjas Geburtsname war Korwin-Krukowskaja. Die Zweckheirat mit dem russischen Paläontologen W. O. Kowalewski (1842–1883) fand 1868 statt.

Größen in der von Lamé gegebenen Form untersucht. Deswegen hatte er sich getäuscht, als er glaubte, daß diese die Lichtschwingungen darstellen könnten, die von einem Schwingungszentrum ausgehen. Es sind die gleichen Funktionen, die in dem Mémoire von M.me Kowalewskii auftreten. Erkennt man, daß es sich um Polydrome handelt, dann sieht man auch, daß sich die Methode, die Herr Weierstrass für die Integration von linearen partiellen Differentialgleichungen entdeckt hat, nicht anwenden läßt, um die Gleichungen von Lamé mit Hilfe der Koordinaten von Herrn Weber zu integrieren". Ausführlicher drückte er sich in seinem vom 17. April 1892 datierten Brief an den französischen Physiker und Wissenschaftsphilosophen Pierre Duhem aus: „Vor einiger Zeit habe ich mit Untersuchungen zur elektromagnetischen Theorie des Lichtes angefangen; aber ich mußte meine Arbeit unterbrechen, weil ich zu meiner größten Überraschung erkannt habe, daß die Integrale zur Doppelbrechung seit Lamés Zeiten bis hin zu M.me Kowalewskii den gleichen analytischen Fehler enthielten, obwohl die Ausgangspunkte der Geometer, die diese Frage untersucht hatten, unterschiedlich waren".

Auch zur Analysis veröffentlicht Volterra während seines Aufenthaltes in Pisa etwa zwanzig Arbeiten! Nach den Arbeiten von 1881, über die wir im vorhergehenden Kapitel gesprochen haben, befaßt sich Volterra nicht mehr mit Fragen zu den Grundlagen der Disziplin, wie etwa mit den Beziehungen zwischen Differentiation und Integration. Es ist eine glückliche Wahl oder eine glückliche Intuition angesichts der Tatsache, daß die strenge Begründung der reellen Analysis und die Dini-Periode in Italien ihre besten Tage vielleicht schon hinter sich haben. Betti legt der *Accademia dei Lincei* nun immer häufiger die Artikel des früheren Studenten und jetzigen jungen Kollegen vor. Die behandelten Probleme betreffen vor allem die Untersuchung von Funktionen einer komplexen Variablen sowie das Studium von (gewöhnlichen und partiellen) Differentialgleichungen. 1890 erscheinen zwei Artikel zur Variationsrechnung. In *Sopra un'estensione della teoria di Jacobi-Hamilton del calcolo delle variazioni*[15] werden die Hamilton-Jacobi-Gleichungen (bei denen es sich um partielle Differentialgleichungen handelt) auf Doppelintegrale verallgemeinert. Bis dahin wurden diese Gleichungen nur im sogenannten *einfacheren Problem* angewendet (bei dem es sich um die Bestimmung derjenigen Funktion $y(x)$ handelt, welche die Größe $J = \int_a^b f(x, y, y')dx$ maximiert oder minimiert, wobei man J als Funktion von $a, b, y(a)$ und $y(b)$ betrachtet). Für Volterra ist das eine weitere Gelegenheit, seine neue Theorie der Linienfunktionen anzuwenden: „Geht man von den einfachen Integralen zum Fall der Doppelintegrale über, dann haben wir eine oder mehrere Linien, die den Rand des Integrationsbereiches bilden, längs dem beliebige Werte der unbekannten Funktion vorgegeben werden können". Mit den Linienfunktionen kommen wir zu den bedeutendsten Ergebnissen der Zeit in Pisa. Diese Arbeiten Volterras – der jetzt ein junger Mann von etwas mehr als 25 Jahren ist! – sind der Ursprung der Funktionalanalysis. Wir meinen hiermit Volterras Arbeiten *Sopra le fun-*

[15] Volterra [114].

zioni che dipendono da altre funzioni[16] und *Sopra le funzioni dipendenti da linee*[17], die 1887 in den Sitzungsberichten der *Accademia dei Lincei* erschienen sind, sowie andere – sich daran eng anschließende – Untersuchungen, in denen sich der Schwerpunkt hin zu einigen Fragen der komplexen Analysis verschiebt. Wir zitieren noch *Sopra un'estensione della teoria di Riemann sulle funzioni di variabili complesse*[18], *Sur une généralisation de la théorie des fonctions d'une variable imaginaire*[19] (veröffentlicht in Mittag-Lefflers Zeitschrift *Acta Mathematica*) sowie *Delle variabili complesse negli iperspazi*[20].

Der Ausdruck *Funktionalanalysis* soll darauf hinweisen, daß es um die Untersuchung von Funktionalen geht (und um die Untersuchung der von diesen Funktionalen gebildeten Räume). Volterra verwendet vorläufig diesen Begriff nicht, der 1903 von Jacques Hadamard (1865–1963) eingeführt wird, einem der bedeutendsten Mathematiker der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts und ein weiterer der großen französischen Freunde Volterras. Volterra bevorzugt – wie wir anhand der Titel einiger seiner Arbeiten gesehen haben – die Ausdrücke *Funktionen, die von anderen Funktionen abhängen*, und *linienabhängige Funktionen*. Die Bedeutung ist dieselbe, auch wenn es der Begriff des *Funktionals* ist, der sich besser für die nachfolgenden Verallgemeinerungen eignet und sich deswegen schließlich durchsetzt. Was ist ein Funktional oder eine linienabhängige Funktion?

Die Verallgemeinerung des Funktionsbegriffes ist einfach. Verstehen wir unter einer *Funktion einer reellen Variablen* eine Zuordnung, die einer reellen Zahl eine andere reelle Zahl zuordnet, dann bezeichnen wir mit dem Wort *Funktional* eine Zuordnung, die einem Element einer beliebigen Menge eine reelle Zahl zuordnet. In Volterras Sprache, die am Anfang ein bißchen weniger allgemein ist, handelt es sich um eine Zuordnung, die einem Element der Menge der stetigen Funktionen oder der Kurven, die diese Funktionen geometrisch darstellen, eine reelle Zahl zuordnet. Volterra spricht somit von einer Funktion, die von einer anderen Funktion abhängt[21] oder von einer linienabhängigen Funktion. Die Verallgemeinerung erfolgt bei der unabhängigen Variablen der Zuordnung und nicht bei der abhängigen Variablen. Sämtliche Begriffe bezüglich des Verhaltens der unabhängigen Variablen (zum Beispiel deren Übergang zu einem Grenzwert) werden umformuliert; dagegen können diejenigen Begriffe, in denen die abhängige Variable auftritt, ruhig „kopiert" werden, weil sich – von diesem Standpunkt aus – beim Übergang von den Funktionen zu den Funktionalen nichts ändert.

Den Mathematikern können die Ideen für neue Forschungsarbeiten bei vorhergehenden Untersuchungen kommen – das sind die sogenannten inter-

[16] Volterra [108].
[17] Volterra [109].
[18] Volterra [110] und [111].
[19] Volterra [112].
[20] Volterra [113].
[21] Dieser Begriff darf nicht mit dem Begriff der zusammengesetzten Funktion verwechselt werden.

nen Motivationen. Dabei denken sie weiter darüber nach, diese Untersuchungen zu präzisieren und zu verallgemeinern. Die Ideen können ihren Ursprung aber auch in der Beobachtung der Natur haben (also in sogenannten externen Motivationen). Natürlich versteht die Mathematik, insbesondere die moderne Mathematik, den Bezug auf die reale Welt in einem mittelbaren Sinn: Es ist möglich, daß ein Mathematiker die Planetenbewegungen oder eine besondere Börsenturbulenz beobachtet und es ihm sofort gelingt, einen neuen Satz zu beweisen; häufiger ist es jedoch, daß den Mathematiker ein Abbild der realen Welt durch den Filter der Astronomen oder der Ökonomen (um uns auf die beiden obengenannten Beispiele zu beschränken) erreicht, und daß er bei seiner Arbeit Kontakt mit einer bereits auf dem Papier bestehenden Welt hat, wie es bei den Untersuchungen der Astronomen und der Ökonomen der Fall ist. Bei der Verallgemeinerung, die Volterra mit den Funktionalen vornahm, sind sowohl die internen als auch die externen Motivationen auf nahezu paradigmatische Weise präsent: „Diese Funktionen – schreibt er in der oben zuerst zitierten Abhandlung, die in den *Acta Mathematica* veröffentlicht wurde[22] – treten in mehreren Fragen der Physik auf [...]. Sie können auch mit analytischen Fragen zusammenhängen“. Später bestätigt er: „Es war für mich notwendig, Linienfunktionen zu betrachten, da viele Naturerscheinungen zur Untersuchung von Größen führen, die von einer unendlichen Anzahl von Variablen abhängen. Auch viele Probleme der Analysis führen zu denselben Größen“.[23]

Die Feststellung, daß Ausdrücke, die von anderen Funktionen abhängen, in vielen analytischen Entwicklungen auftreten, veranlaßt Volterra, die Theorie der Funktionale zu erfinden. Zum Beispiel treten Ausdrücke dieser Art bei der Lösung von partiellen Differentialgleichungen (bei denen ein Integral von einer oder mehreren beliebigen Funktionen abhängt) oder in der komplexen Analysis auf. Tatsächlich ist die Vision, die neue Theorie mit Gewinn auf einige Untersuchungen der komplexen Analysis anwenden zu können, eine der anfänglichen Motivationen: „Ich erlaube mir, in dieser Arbeit auf einige Betrachtungen einzugehen, die zur Klärung einiger Begriffe dienen, deren Einführung ich für notwendig halte, um die Riemannsche Theorie der Funktionen von komplexen Variablen zu erweitern, und ich denke, daß sich diese Begriffe auch in verschiedenen anderen Untersuchungen als nützlich erweisen können“.[24] Ebenfalls 1887 beweist Poincaré folgenden Satz: Wird eine Funktion zweier komplexer Variabler über eine Fläche integriert, die zusammen mit ihrem Rand im Wertevorrat enthalten ist, dann hängt das Integral nur von diesem Rand ab. Volterra stellt fest: „Monsieur Poincaré hat durch die Verallgemeinerung des Satzes von Cauchy bewiesen, daß das Integral einer eindeutigen Funktion zweier imaginärer Variabler über eine geschlossene Fläche null ist. Man kann hieraus Folgendes ableiten: Ist die Integrationsfläche nicht

[22] Volterra [115].
[23] Volterra [132].
[24] Volterra [109].

fest, dann hängt das Integral von den Linien ab, die den Rand der Fläche bilden. Demnach sieht man, daß die Integration der Funktionen zweier Variabler zu den Linienfunktionen führt“.[25]

Das sind die internen Motivationen. Bei den externen Bezügen geht es um „viele Erfahrungen aus der Physik und der Mechanik“, wo der Funktionalbegriff gleichermaßen spontan auftritt: „Zum Beispiel hängt die Temperatur in einem Punkt einer leitenden Folie von denjenigen Werten ab, welche die Temperatur auf dem Rand hat; eine infinitesimale Verschiebung eines Punktes einer biegsamen nicht dehnbaren Fläche hängt von allen Komponenten der Verschiebungen der Randpunkte parallel zu einer bestimmten Richtung ab“. Auch die geometrische Version der Funktionale, die auf der Menge der geschlossenen Kurven eines dreidimensionalen Raumes betrachtet werden, ist den Physikern angesichts der Tatsache vertraut, daß „man ein spontanes Auftreten feststellt, wenn man an gewisse elektrische Phänomene denkt. Man betrachte etwa einen elektrischen Strom, der durch einen geschlossenen linearen Stromkreis der Stärke I fließt und sich in einem Magnetfeld befindet. Die potentielle Energie des Stroms hängt nur von der Form und der Position des Leiterkreises sowie von der Richtung ab, in welcher der Strom durch den Leiterkreis fließt; somit entspricht jeder geschlossenen Linie, die im Magnetfeld in einer bestimmten Richtung gezogen wird, ein Wert der potentiellen Energie“.

Die Originalität der internen Motivationen entgeht Hadamard nicht, der den gleichsam ästhetischen Wert der von Volterra entwickelten Theorie hervorhebt: „Viel überraschender ist das Schicksal der Verallgemeinerung, die diese anfängliche Auffassung im letzten Teil des 19. Jahrhunderts hauptsächlich dank des mächtigen Impulses von Volterra erfährt. Was brachte den großen italienischen Geometer dazu, mit Funktionen in der gleichen Weise zu operieren, wie es die Infinitesimalrechnung mit Zahlen gemacht hatte, das heißt, eine Funktion als ein stetig variables Element zu betrachten? Der Grund hierfür liegt einzig und allein darin, daß er folgenden Umstand erkannte: Durch diese Herangehensweise läßt sich die Architektur des mathematischen Gebäudes auf harmonische Weise vervollständigen – so wie ein Architekt erkennt, daß ein Gebäude ausgeglichener wird, wenn man einen neuen Flügel hinzufügt“. Der französische Mathematiker erwähnt nicht die Dinge, die wir als externe Motivationen angegeben hatten, aber er kann nicht umhin, die unerwartete Anwendbarkeit der neuen Begriffe zu betonen: „Daß die *Funktionale*, wie wir den neuen Begriff genannt hatten, eine direkte Beziehung zur Realität haben könnten, konnte nur als eine Absurdität betrachtet werden. Die Funktionale schienen eine im Wesentlichen vollkommen abstrakte mathematische Schöpfung zu sein. Jetzt ist diese Absurdität genau das, was sich ereignet hat“.[26]

Nachdem der Begriff des Funktionals nunmehr eingeführt war, muß man – um mit dieser neuen mathematischen Realität arbeiten zu können – einen ähn-

[25] Volterra [112].
[26] Hadamard [44].

lichen Kalkül konstruieren, wie ihn die klassische Analysis für die Funktionen einer reellen Variablen kennt: Man braucht den Begriff des Grenzwertes, die Definition und Berechnung von Ableitungen und so weiter. Die Funktionalanalysis des zwanzigsten Jahrhunderts betrachtet – ausgehend von Fréchets im Jahr 1906 veröffentlichten Dissertation[27] – Funktionale als Zuordnungen, die auf einer beliebigen Menge definiert sind, und stellt hauptsächlich die Untersuchung der minimalen Strukturen in den Vordergrund, die auf einer derartigen Menge definiert werden müssen, um den neuen Kalkül zu entwickeln. Eine der ersten Definitionen betrifft die *metrische Struktur*, die es gestattet, den Begriff der *Umgebung* zu präzisieren und die Operation der Grenzwertbildung (und somit auch die Operation der Ableitung) zu betrachten.

All das gibt es bei Volterra noch nicht. Er benötigt keine derart „abgehobenen" Abstraktionen und die Motivationen bleiben für ihn bei der Bestimmung des Abstraktionsgrades wesentlich, auf den man sich einrichtet. Volterras Linienfunktionen – es ist kein Zufall, daß auch die Terminologie eine andere ist – sind Zuordnungen, die auf einer „konkreten" Menge definiert und in jedem Fall spezifisch sind, wie etwa die Menge der auf einem Intervall stetigen Funktionen. Es gibt noch keine allgemeine Definition des metrischen Raumes. Die Definition der Ableitung greift noch auf den Grenzwert eines reellen Parameters zurück (und auf ein Verfahren, das denjenigen vertraut ist, die sich mit Variationsrechnung befassen): Betrachtet man eine Ausgangsfunktion f_0 und den entsprechenden Wert des Funktionals $U(f_0)$, dann wird die mit einem Zuwachs versehene Funktion als $f_0 + tg$ geschrieben, wobei t ein reeller Parameter und g eine vorgegebene Funktion ist, die fortfährt, die „Richtung" des Zuwachses anzugeben, während t gegen 0 strebt. Der Grenzwert von $[U(f_0 + tg) - U(f_0)]/t$ für t gegen 0 ist die erste Ableitung des Funktionals nach der Richtung g.

In den Arbeiten von 1887 führt Volterra die Ableitung nicht in dem trockenen und nüchternen Stil ein, den wir heute vor allem bei Definitionen gewohnt sind. Am Ende des 19. Jahrhunderts ist unter den Mathematikern noch nicht die Gewohnheit verbreitet, die Motivationen und die mentalen Konstruktionen zu „verbergen", die zu einer bestimmten Begriffsbildung führen. Volterra hält sich auch nicht damit auf, anhand der Ableitung eines Funktionals dessen grundlegende Eigenschaften zu untersuchen. Er ist vielmehr daran interessiert, den Ausdruck der verschiedenen Variationen (erste, zweite, ..., n-te Variation) eines Funktionals zu berechnen, da ihm seine nachfolgende Entwicklung mit der Taylorschen Formel dazu dient, die Dinge weiter zu vertiefen. Die Anwendungen – wohlgemerkt auch die mathematischen Anwendungen – sind stets der Kompaß des Verfahrens. Der Bezugspunkt ist immer die Untersuchung in ihrer Gesamtheit und nicht die Leidenschaft für Vertiefungen um ihrer selbst willen.

Wir haben von Paradigmen gesprochen, die in Volterras Arbeit ständig präsent sind. Wir weisen hier wir auf das Paradigma der engen Nachbarschaft

[27] Fréchet [27].

und Verflechtung der „reinen" Forschung mit einer Forschung hin, die in irgendeiner Weise angewandt ist; es geht hierbei um die Verflechtung von Analysis und mathematischer Physik sowie um die Verflechtung von internen und externen Motivationen. Das führt natürlich dazu, den Anwendungen und ihrer Rolle bei der Ermittlung des günstigsten Abstraktionsniveaus eine besondere Bedeutung zuzuschreiben. Einige Aspekte dieser Herangehensweise erkennen wir auch in einer polemischen Auseinandersetzung, die Volterra einige Jahrzehnte später mit dem französischen Mathematiker Maurice Fréchet (1878–1973) über die Definition der Ableitung eines Funktionals führt. Fréchet, der besonders bedeutende Beiträge zur Analysis und zur Wahrscheinlichkeitstheorie geleistet hat, gilt als einer der Begründer der Funktionalanalysis. Im Übrigen haben wir ja bereits Fréchets Dissertation von 1906 erwähnt, in der er den Begriff des metrischen Raumes einführt.

Volterras Definition der Ableitung eines Funktionals – später in der Literatur als *Gâteauxsches Differential*[28] bekannt – verallgemeinert den üblichen Begriff der Richtungsableitung bei der Wahl des Zuwachses tg und dessen fortlaufender Reduktion ausschließlich mit Hilfe des Skalars t. Strebt dieser Skalar gegen 0, dann „verkleinert" er die Funktion g, läßt aber deren Form in gewisser Weise unverändert. Danach führt Fréchet eine Definition des Differentials eines Funktionals ein und verallgemeinert damit den üblichen Begriff des vollständigen Differentials für Funktionen von n Variablen. Die beiden Verfahren unterscheiden sich voneinander, weil Fréchet die mit einem Zuwachs versehene Funktion als $f_0 + g$ schreibt und die Güte der linearen Approximation von $[U(f_0 + g) - U(f_0)]$ in einer ganzen Umgebung von f_0 mit Hilfe des Grenzwertes für g gegen 0 abschätzt. Der Vergleich zwischen den beiden Definitionen ist schnell gezogen: Fréchets Definition betrachtet einen allgemeinen Zuwachs g, läßt ihn auf irgendeine Weise gegen 0 gehen und bestimmt eine spezielle Klasse von Funktionalen – die *nach Fréchet differenzierbaren Funktionale* –, denen eine fundamentale Rolle in der Analysis bestimmt sein sollte. Ein nach Fréchet differenzierbares Funktional ist auch nach Gâteaux differenzierbar, während die Umkehrung nicht gilt.

Hinter den beiden unterschiedlichen Definitionen steht auch eine unterschiedliche Auffassung des Begriffes der Verallgemeinerung und des wünschenswerten Abstraktionsniveaus. Hierzu schreibt Fréchet noch 1965 an Paul Lévy, einen weiteren berühmten französischen Mathematiker: „In der Tat, wenn ich meine, daß Volterra einen großen Fortschritt gemacht hat, als er das Differential einer Funktion, deren Argument eine Funktion ist, zumindest definiert hat, meine ich andererseits, daß seine Definition schlecht ist. Ich habe seine Definition nicht angewendet [...] sondern eine Definition, die gänzlich verschie-

[28] In Bezug auf die Gründe, die dazu geführt haben, den Beitrag Volterras – zumindest auf der Ebene der Terminologie – in den Hintergrund zu stellen, verweisen wir auf eine der beiden von A. Guerraggio verfaßten Aktualisierungen der italienischen Übersetzung *Storia del Calcolo* (Boyer [11]) des klassischen Werkes *History of Calculus* (Boyer [10]).

Abb. 2.1. Maurice Fréchet im Jahr 1910.

den von derjenigen Volterras ist“. Vorher hatte er in einem etwas diplomatischeren Ton geschrieben: „Die klassische, auf Lagrange zurückgehende Methode, besteht nicht darin, die Linienfunktionen analog zu den Zahlenfunktionen zu behandeln, sondern mit Hilfe von Funktionen vorzugehen, die, wenn man sie auf einer Familie von Linien eines Parameters berechnet, zu nichts anderem werden, als zu Funktionen dieses numerischen Parameters. Das ist auch die Methode, die von Volterra für allgemeinere (Linien)Funktionen verwendet wurde, die man in der Funktionalanalysis untersucht. Wir meinen, daß man den Grund der Dinge besser erreicht und daß man Schwierigkeiten vermeidet, wenn man die Zwischenschaltung des Parameters fallen läßt und eine Linie unmittelbar als eine absolut unabhängige Variable behandelt“.

Volterra diskutiert die von Fréchet gegenübergestellten Begriffe nicht. Er läßt jedoch keine Gelegenheit aus, um zu betonen, daß es kein ästhetisches oder lediglich formales Kriterium geben kann – etwa die Eleganz einer Konstruktion oder ihre größere Allgemeinheit –, das die Entwicklung des mathematischen Denkens lenkt. Er wendet sich in einem vom 17. November 1913 datierten Brief direkt an Fréchet und schreibt, daß „ich natürlich in der Zeit um 1887 eine solche Anzahl von Problemen vor mir hatte (Integralgleichungen mit Funktionalableitungen etc.), daß ich mich nicht mit Fragen aufhalten konnte, die meiner Meinung nach nebensächlich waren; mir ging es um die Anwendungen der allgemeinen Begriffe, die ich aufgeworfen hatte“.

2.3 Die ersten Reisen ins Ausland

Volterras Ergebnisse werden bald auch jenseits der Landesgrenzen bekannt. Wir haben auch schon über die ersten Anerkennungen in Italien berichtet. Bereits in der zweiten Hälfte der 1880er Jahre fehlt es auch nicht an ähnlichen internationalen Ehrenbezeugungen, beginnend mit Frankreich, das – ohne zu übertreiben und ohne große Worte zu verwenden – für Volterra sein ganzes Leben lang zur zweiten Heimat werden sollte.

1888 wird Volterra Mitglied der *Société mathématique de France*. Im gleichen Jahr reist er das erste Mal ins Ausland. Er hatte seinerzeit in Pisa, als er noch Student war, den schwedischen Mathematiker Gustaf Mittag-Leffler kennengelernt, den wir bereits im Zusammenhang mit Sofja Kowalewskaja erwähnt haben. Diese Begegnung war der Beginn einer gegenseitigen Wertschätzung – auch seitens des bereits anerkannten schwedischen Professors gegenüber dem jungen italienischen Studenten –, die bald zu einer lebenslangen Freundschaft werden sollte. (Mittag-Leffler stirbt 1927.) Mittag-Leffler zeichnet sich durch Forschungsarbeiten über Differentialgleichungen und über Funktionen einer komplexen Variablen ebenso aus wie durch seine äußerst aktive Rolle in der internationalen mathematischen Gemeinschaft, vor allem als Vertreter eines neutralen Landes bei dramatischen Konflikten (wie dem Deutsch-Französischen Krieg von 1870 und dem Ersten Weltkrieg). Auf Vorschlag des norwegischen Mathematikers Sophus Lie gründet Mittag-Leffler die internationale Zeitschrift *Acta Mathematica*. Zusammen mit Mittag-Leffler besucht Volterra die Schweiz und hat die Gelegenheit, bedeutende Mathematiker wie Karl Weierstraß, Georg Cantor, Sofja Kowalewskaja, Hermann Amandus Schwarz und Adolf Hurwitz zu treffen. Später, während der Osterferien desselben Jahres 1888, begibt er sich nach Paris. Dort lernt er Poincaré kennen, der ihn im darauffolgenden Jahr in die französische Hauptstadt einlädt. Poincaré möchte Volterra für die Arbeiten zum *Congrès international de bibliographie des sciences mathématiques* gewinnen, der als Begleitveranstaltung zur Weltausstellung 1889 organisiert wird. Das Jahr 1889 ist die Hundertjahrfeier der Französischen Revolution und der Anlaß für die Einweihung des Eiffelturms! Die Beziehungen zwischen den Vertretern der verschiedenen nationalen wissenschaftlichen Gesellschaften werden von da an intensiver. Die ersten Internationalen Mathematikerkongresse (Zürich 1897 und Paris 1900) liegen „in der Luft“. Volterra nimmt zusammen mit Giovan Battista Guccia (1855–1914) an den „Tagen“ der mathematischen Bibliographie teil. Guccia hatte vor kurzem, im Jahre 1884, in Palermo den *Circolo matematico (di Palermo)* gegründet, der sich bald eines ausgezeichneten Rufes und einer großen internationalen Wertschätzung erfreut.

Die Korrespondenz dieser Jahre zeigt, daß Volterra inzwischen zu einem Kreis von besonders namhaften und qualifizierten Wissenschaftlern gehört, die sich persönlich kennen und miteinander in Briefwechsel stehen. Es ist jedoch die Begegnung mit Poincaré, die sich als entscheidend erweist und weit über eine einfache Bekanntschaft hinausgeht. Es handelt sich um eine Bekanntschaft mit einem ausländischen Kollegen, die es Volterra ermöglicht, das Netz der wissenschaftlichen Kontakte zu intensivieren. Und das vor allem wegen des Ansehens, das der Gesprächspartner genießt. Poincaré gehört zu einer Familie,

Abb. 2.2. Henri Poincaré.

die im künftigen Frankreich (und nicht nur dort) eine wichtige Rolle spielen sollte: Raymond Poincaré (1860–1934), der vor und nach dem Ersten Weltkrieges mehrere Male Ministerpräsident und von 1913 bis 1920 Präsident der Republik wird, ist sein Cousin. Der Mathematiker, Physiker und Wissenschaftsphilosoph Henri Poincaré (1854–1912) ist in den Jahrzehnten um die Jahrhundertwende einer der weltweit führenden Wissenschaftler. Seine Bekanntheit steigt im Jahr des Kongresses der Mathematischen Bibliographie sprunghaft an. Im Jahr 1889 gewinnt er das Preisausschreiben zum 60. Geburtstag von Oskar II., des Königs von Schweden und Norwegen, der damit sein Interesse für den mathematischen Fortschritt bekräftigte. (Auf Poincarés Abhandlung *Sur le problème de trois corps et les équations de la dynamique* folgen bald die drei Bände *Les methodes nouvelles de la mécanique celeste*. Die Untersuchung der dynamischen Systeme im Bereich der Himmelsmechanik und die Erforschung der Stabilität dieser Systeme ist der Ausgangspunkt dessen, was heute als Theorie des deterministischen Chaos bezeichnet wird. Ein entscheidender Faktor ist die Entdeckung der Empfindlichkeit der Entwicklung eines dynamischen Systems gegenüber einer leichten Störung der Ausgangsdaten:

„Es kann vorkommen, daß kleine Unterschiede in den Anfangsbedingungen zu sehr großen Unterschieden bei den Endphänomenen führen. Ein kleiner Fehler bei den ersteren erzeugt einen riesigen Fehler in den letzteren. Eine Vorhersage wird unmöglich". Poincaré schafft eine neue Mathematik, ohne sich um disziplinäre Schranken oder um die traditionelle Unterscheidung zwischen reiner und angewandter Mathematik zu kümmern. *Rein* und *angewandt* sind Kategorien, die ihm zu eng sind. Poincaré ist vielleicht der letzte „universelle" Mathematiker der Geschichte. Seine Beiträge erstrecken sich von der mathematischen Physik (Himmelsmechanik, Strömungsmechanik, Relativität, Kosmologie, Optik, Elektrizität usw.) über die Untersuchung von Funktionen mit komplexen Variablen bis hin zur qualitativen Theorie der Differentialgleichungen, zur nichteuklidischen Geometrie, zur algebraischen Topologie und zur Zahlentheorie.

Poincarés Auffassung von der Wissenschaft und seine umfassende, weitgespannte Herangehensweise haben auf Volterra eine besondere Wirkung. Ihn fasziniert die ständige Sorge um die Verbindung zwischen rechnerischer Strenge mit der Forderung, die physikalische Realität zu verstehen. Es ist kein Zufall, daß er Poincaré mehrmals für den Physiknobelpreis vorschlägt. Am 10. Oktober 1912, wenige Monate nach Poincarés Tod, muß Volterra stattdessen des großen französischen Mathematikers anläßlich einer Feier im Rice Institute Houston gedenken. Das war für Volterra eine Gelegenheit zu bekennen, daß Poincaré für ihn ein Meister und eine ständige Quelle der Inspiration war. Über den feierlichen Rahmen hinaus kommt in Volterras Gedenkrede eine aufrichtige Wertschätzung für Poincarés Genialität und für seine wissenschaftlichen Beiträge zum Ausdruck. Volterra teilt viele Entscheidungen, welche die Untersuchungen des französischen Mathematikers begleitet hatten: die Entscheidung für eine einheitliche, gleichzeitig reine und angewandte Mathematik, die nicht durch starre und im Voraus gebildete Klassifikationen domestiziert wird, eine profunde und formal verbindliche Mathematik, die sich jedoch nie auf eine einfache logische Entwicklung von formalen Regeln reduziert, eine Mathematik, für welche die Intuition und die Erfahrung auch weiterhin eine wesentliche Rolle spielen. Volterra schreibt: „In den letzten dreißig Jahren gab es kein neues, mehr oder weniger mathematisches Problem, das er nicht seiner tiefschürfenden Analyse unterzogen hätte, und das er nicht durch einige fruchtbare Entdeckungen oder kritische Bemerkungen bereichert hätte. Es gab vielleicht keinen anderen Wissenschaftler, der so viele und so beständige Beziehungen zur wissenschaftlichen Welt seiner Zeit hatte. [...] wenn man also die letzte historische Periode der Mathematik durch einen Wissenschaftler personifizieren wollte, dann würden alle an Henri Poincaré denken, an *den* Menschen, der der berühmteste Mathematiker der letzten Zeit war. [...] Es gibt eine Poincarésche Analysis, eine Poincarésche mathematische Physik und eine Poincarésche Mechanik, die nie der Vergessenheit anheimfallen werden. Der Ruf, den er zu Lebzeiten hatte, war riesig; nur wenige Wissenschaftler und sehr wenige Mathematiker waren ähnlich berühmt. Man könnte dafür eine Erklärung geben, indem man – wie ich vor kurzem gesagt habe –, feststellt, daß sein Geist im Einklang mit derselben Phase schwang wie der Geist seiner Zeit“.

Wir kommen auf Volterras Reisen ins Ausland zurück, um die es in diesem Abschnitt geht. Außer Französisch kann er auch Deutsch (Englisch weniger). Das nutzt er, um einen einmonatigen Studienaufenthalt in Deutschland an der Universität Göttingen zu planen, an der Mathematiker vom Range Dirichlets und Riemanns lehrten – an einer Universität, die nach dem Willen Felix Kleins das stärkste Zentrum der mathematischen Forschung werden sollte. In Göttingen hat Volterra die Gelegenheit, Schwarz wiederzusehen. Später geht er für einige Tage nach Berlin, wo er Leopold Kronecker kennenlernt, einen der bedeutendsten deutschen Mathematiker seiner Zeit. Es ist der Sommer des Jahres 1891. Volterra kehrt im September nach Pisa zurück, aber sein akademisches Leben sollte sich bald ändern.

http://www.springer.com/978-3-0348-0080-8

Vito Volterra
Guerraggio, A.; Paoloni, G.
2011, XII, 230 S., Hardcover
ISBN: 978-3-0348-0080-8
A product of Birkhäuser Basel