
2.1 Kleine Geschichte Chinas

Der Einflussbereich der alten chinesischen Kultur war keineswegs auf das Gebiet des heutigen China beschränkt: Vietnam, Thailand und Korea u. a. gehörten dazu. Die übliche Einteilung der chinesischen Geschichte ist durch die Abfolge der herrschenden Dynastien gegeben:

Die **Zhou**-Dynastie regierte von 1045 bis 221 v. Chr. Nachdem das Zhouregime seine Zentralmacht verloren hatte, zerfiel China in etwa 170 Herzogtümer, die sich vier Jahrhunderte lang gegenseitig bekämpften. Durch zahlreiche Schlachten, Heiraten und diplomatische Bündnisse entstanden schließlich sieben Königreiche. In dieser Zeit der Unordnung und Kriegswirren lebten die berühmten Philosophen Konfuzius und Laotse.

Die **Qin**-Dynastie (221–206 v. Chr.) war eine der ursprünglich sieben Herrschaftsreiche, deren Herrscher Qin alle Konkurrenten besiegt hatte und sich zum allein herrschenden Kaiser aufgeschwungen hatte. Das entstandene Kaiserreich verstand sich als Zentrum der Welt, das *alles unter dem Himmel (tianxia)* in sich vereinte und ein göttliches *Mandat des Himmels* hatte. Alle Völker (wie Korea, Vietnam und Burma), die Tributzahlungen leisteten, wurden zum chinesischen Einflussbereich gezählt, alle anderen galten als *Barbaren*. Der erste Kaiser Qin, der sich *Shi huang di* („Erster göttlicher Kaiser“) nannte, ist berühmt geworden durch den Bau der Großen Mauer (Abb. 2.1) und durch die Aufstellung der berühmten *Terrakottaarmee*, die ihn nach seinem Tode schützen sollte. Er führte ein effektives Verwaltungssystem ein, ließ Gewichte und Maße standardisieren und die Schrift vereinheitlichen.

Die **Han**-Dynastie (206 v. Chr.–220 n. Chr.) etablierte sich nach dem Tode Qins militärisch und wirtschaftlich erfolgreich. Nach der Eroberung von Südchina wurden auch die Kleinstaaten entlang der Seidenstraße unterworfen. Damit wurde ein wichtiger Handelsweg zum Römischen Reich geöffnet. Der *Konfuzianismus* wurde zwar zur



Abb. 2.1 Chinesische Mauer. (Gemeinfrei)

Staatsreligion erhoben, konnte aber den Einfluss des aus Indien kommenden Buddhismus nicht verhindern. Die ältesten Bücher stammen wohl aus der Han-Zeit; dies folgt aus der Tatsache, dass der Han-Kaiser *Shih Huang-ti* im Jahr 213 n. Chr. eine Verbrennung aller Bücher befohlen hat. So mussten in den folgenden Dynastien alle Bücher aus dem Gedächtnis oder mithilfe von versteckt gehaltenen Büchern neu geschrieben werden.

Dem letzten Kaiser der Han-Dynastie folgte eine 60-jährige Teilung Chinas in drei Königreiche, die schließlich (265 n. Chr.) in die **Jin**-Dynastie übergingen. Aufgrund innerer Machtkämpfe zerfiel diese Dynastie im Jahr 420 n. Chr. wieder, und es kam bis zum Jahr 589 zu einer Spaltung Chinas in südliche und nördliche Dynastien. Unter der **Sui**-Dynastie (589–618) entstand zwar wieder eine Einheit Chinas, wegen verschiedener Volksaufstände wurde die Dynastie aber bald von der **Tang**-Dynastie (618–907) abgelöst. Ebenso wie unter der Han-Dynastie florierte China in dieser Periode. Der

Zen-Buddhismus gelangte erstmals nach China, und der Handel mit dem Westen über die Seidenstraße begann.

690 bis 705 ergriff die einzige Kaiserin Chinas *Wu Zetian* die Macht. Innere Machtkämpfe brachten die Dynastie schließlich zu Fall. Nach erneuter Teilung Chinas von 907 bis 960 herrschte in den Jahren 960 bis 1279 der sogenannte chinesische „Dreibaum“ aus drei Dynastien. Während dieser Zeit entwickelte sich ein neues chinesisches Nationalbewusstsein. Aus einem militärischen Übergriff des mongolischen Heers auf China entstand die **Yuan**-Dynastie (1261–1368) unter der Herrschaft der Mongolen. Durch eine Bauernrevolte (Rote Turbane) wurde die Fremdherrschaft der Mongolen beendet, und es kam zur Herrschaft der **Ming**-Dynastie (1368–1644), die im Westen berühmt ist für ihr kunstvolles Porzellan.

Zu erwähnen sind noch die bedeutenden Erfindungen Chinas, die einen großen Einfluss auf Europa hatten. Die Papierherstellung begann um 100 n. Chr. und gelangte über den Islam nach Europa. Die Holzdrucktechnik wurde vor 800 n. Chr. entwickelt, da das älteste bekannte Buch dieser Technik aus dem Jahr 868 stammt. Später wurde auch der Druck mit beweglichen Lettern entwickelt. Das Schwarzpulver wurde im 9. Jahrhundert von chinesischen Alchemisten erfunden und für Feuerwerke verwendet. Als 1280 ein Pulvermagazin in Weyang in Brand geriet, wurde die militärische Bedeutung als Schießpulver klar. Der magnetische Kompass soll schon etwa seit 400 v. Chr. in Gebrauch gewesen sein, die erste schriftliche Erwähnung stammt von 1040. Große wirtschaftliche Bedeutung hatten auch die Seidenproduktion (seit 2750 v. Chr.) und Porzellanherstellung (ab 620 n. Chr.).

Die Kenntnis der chinesischen Mathematik ist relativ neu, verglichen mit der griechischen Mathematik. Noch 1838 kannte der bekannte Mathematikhistoriker G. Libri nur ein einziges chinesisches Mathematikbuch, das nicht unter dem Einfluss der westlichen Missionare (ab 1545) geschrieben worden ist. Von den zehn Büchern des mathematischen Kanons erfuhr der Westen erst durch die Übersetzung eines Artikels des protestantischen Missionars Wylie von 1852. Der Biologe und Chemiker J. Needham verfasste 1913 die erste umfassende Geschichte der Wissenschaften Chinas in drei Bänden, davon waren 155 Seiten der Mathematik gewidmet.

2.1.1 Wichtige Stationen chinesischer Mathematik

1. *Zhou Bi Suan Jing* (Zhou Gnomon-Schatten Rechnung)

Das Werk wurde kompiliert in der Zeit 100 v. Chr. bis 100 n. Chr. Es enthält Aufgaben zur Astronomie und Vermessungstechnik, basierend auf dem nach Pythagoras benannten Satz. Von dem Kommentator des Werks *Zhao Shuang* stammen die 15 fertigen Formeln zur Berechnung von rechtwinkligen Dreiecken. Sind beispielsweise die Differenzen aus Hypotenuse und Katheten $(c - a)$, $(c - b)$ gegeben, so können die Seiten berechnet werden aus den Formeln

$$\sqrt{2(c - a)(c - b)} = a + b - c \quad \therefore (a + b - c) + (c - b) = a \quad \therefore (a + b - c) + (c - a) + (c - b) = c$$

Abb. 2.2 Liu Hui. (www.famous-mathematicians.com/liu-hui)



2. *Chiu Chang Suan Shu* (CCSS) (Jiu Zhang Suan Shu)

Das Buch wurde von Kurt Vogel übersetzt als *Die 9 Bücher arithmetischer Technik*¹. Dieses Buch ist das bekannteste Mathematikwerk Chinas, das auch in den umgebenden Ländern, wie Vietnam, Korea und Burma, große Verbreitung fand. Es erfuhr im Laufe der Zeit zahlreiche Bearbeitungen; es enthält 246 Aufgaben in 9 Kapiteln. Bearbeiter des Werks sind u. a. Liu Hui (ca. 220–280 n. Chr.) (Abb. 2.2) und Li Chunfeng (602–670). Liu schreibt:

Als Junge las ich die „Neun Kapitel mathematischer Kunst“ und studierte sie im Detail, als ich älter wurde.

Aus anderen Quellen wissen wir, dass Liu das Werk im vierten Jahr der Jingyuan Herrschaft von Prinz Chenliu bearbeitete; dieses ist das Jahr 263 n. Chr. Das Werk enthält Aufgaben zur zweifachen *Regula Falsi* (*Ying Buzu Shu*), wie man sie erst 1202 in einer arabischen Schrift findet. Der moderne Autor Wang Ling schreibt:

Es ist bemerkenswerte Tatsache, dass mit all den späteren Verbesserungen und Erweiterungen, das Chiu Chang (Jiu Zhang) seit langer Zeit eine zentrale Rolle spielt. Sein Einfluss widerspiegelt sich in allen folgenden mathematischen Werken Chinas. Seine Aufgaben regten zum Studium von einer Vielzahl von neuen Problemstellungen an. Es setzte ein Modell für die mathematische Terminologie und Form von Berechnungen. [...] Geschrieben vor 2 Jahrtausenden eröffnet das Jiu Zhang das erste Kapitel in der Mathematikgeschichte Chinas und stellte seitdem eine Art „mathematischer Bibel“ dar.

¹Vogel, K.: Die 9 Bücher arithmetischer Technik, Vieweg (1968).

Im Vorwort von Liu Hui aus dem Jahr 263 n. Chr. steht:

In der Vergangenheit ließ der Tyrann Qin alle geschriebenen Dokumente verbrennen, was zu einem vollständigen Vergessen des klassischen Wissens führte [...]. Infolge des schlechter werdenden Erhaltungszustandes der alten Manuskripte verfassten Zhang Chang und sein Team eine neue Ausgabe durch Weglassen der schlechten Teile und Ausfüllen von Lücken. Dies hatte zur Folge, dass die neu bearbeiteten Teile nicht mehr mit den ursprünglichen übereinstimmten.

3. **Liu Hui (um 220–280)**

Er bearbeitete das *Jiu Zhang Suan Shu* (Jiu Zhang Suanshu) völlig neu und schrieb das Buch *Haidao Suan Jing*. Er berechnete einen guten Wert von π , löste lineare Gleichungen und berechnete die Volumina von Prisma, Pyramide, Tetraeder, Zylinder, Kegel und Kegeltumpf.

4. ***Haidao Suan Jing*** (Das Meeresinsel-Mathematikmanual)

Das Buch *Haidao Suan Jing*² (um 300 n. Chr.) enthält neun Vermessungsaufgaben, die Liu Hui ursprünglich als Ergänzung zum Werk *Chiu Chang Suan Shu* geschrieben hat. Alle Aufgaben beruhen auf Ähnlichkeiten von rechtwinkligen Dreiecken.

5. ***Chang Ch'iu-chien Suan Ching*** (Zhang Qiujian Suan Jing)

Das Rechenbuch des Chang Ch'iu-chien (Zhang Qiujian) wurde um 485 verfasst; es ist bekannt geworden wegen des enthaltenen 100-Vögel-Problems. Diese Aufgabe wurde beispielhaft in Indien bei Mahavira und Bhaskara II, im Islam bei Abu Kamil, in Byzanz und im Westen bei Leonardo von Pisa und Pseudo-Alkuin. Das Werk wurde 656 von Li Chunfeng (602–670) als Standardlehrbuch für Staatsbeamte neu bearbeitet und in die berühmte Liste der maßgeblichen Bücher *10 Mathematischen Klassiker* (Suan Jing Shi Shu) aufgenommen.

6. ***Sun Tzu Suan Jing*** (Mathematisches Manual des Sun Zi)

Dieses Buch enthält den berühmten Satz, der als der *chinesische Restsatz* bekannt geworden ist. Über den Autor *Sun Tzu* (auch Sun Zi) ist nichts bekannt; eine Bearbeitung des Werks erfolgte durch Li Chunfeng. Der bekannte Zahlentheoretiker L. E. Dickson datierte 1919 das Buch aufgrund der erwähnten Steuerbegriffe und der verwendeten Einheiten auf die Zeit zwischen 280 und 474 n. Chr.

7. **Li Zhi (früher Li Yeh)**

Li Zhi (1192–1279) schrieb die Bücher *Ceyuan Hai Jing* und *Yigu Yanduan*; er befasste sich hauptsächlich mit geometrischen Anwendungen in der Algebra.

8. ***Shu Shu Chiu Chang* (SSCC)** (Mathematische Abhandlung in 9 Kapiteln)

Das Werk wurde 1247 von *Ch'in Chiu-shao* (Qin Jiushao) (1202–1261) geschrieben und symmetrisch angelegt, es besteht aus neun Kapitel zu je neun Aufgaben. Es enthält als erstes Buch eine allgemeine Behandlung des chinesischen Restsatzes. Von der Schrift SSCC gibt es eine ausführliche Beschreibung von Ulrich Libbrecht³.

²Swetz, F. J. (Hrsg.): *The Sea Island Manual Surveying and Mathematics*. Pennsylvania University Press (1992).

³Libbrecht, U.: *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century*. Dover, Mineola (Reprint 2005).

Bei Chiu-shao findet man die heronsche Formel für die Dreiecksfläche; möglicherweise hat er die Formel selbst entdeckt.

9. **Yang Hui**

Yang Hui (1238–1298) war Mathematiklehrer, lieferte wichtige Beiträge zu Binomialkoeffizienten und magischen Quadraten. Er zeichnete als Erster das später nach Pascal benannte Dreieck.

10. **Chu Shih-Chieh (Zhu Shijie)**

Bei Chu Shih-Chieh (1280–1303) findet die chinesische Algebra einen Höhepunkt: Er erfand das Rechenschema, das später nach Ruffini-Horner benannt wurde und löste damit Polynomgleichungen mit mehreren Unbekannten.

2.2 Geometrie im Buch *Haidao Suan Jing*

Das Buch *Haidao Suan Jing*⁴ (Hai-tao suan-ching), etwa Vermessungsmanual einer Meerinsel, wurde von Liu Hui als Anhang (Buch 10) zu den *Neun Büchern der Arithmetik* geschrieben. Das ursprüngliche Buch von Ch'in Chiu-shao (Qin Jiushao) bestand aus neun Aufgaben zur Vermessung, darunter:

- Entfernung einer Meeresinsel,
- Höhe eines Pinienbaums,
- Größe einer entfernten Stadtmauer,
- Tiefe einer Schlucht,
- Gebäudehöhe von einem Berg gemessen,
- Vermessung einer Pagode.

Eine typische Pagodenform hatten die Porzellantürme in den kaiserlichen Gärten (Abb. 2.3). Diese Sammlung wurde später von Liu Hui bearbeitet und erweitert.

Vier dieser Aufgaben werden im Folgenden erläutert:

1. **Vermessung einer runden Stadt**

Betrachtet wird eine kreisrunde Stadt von unbekanntem Durchmesser. Genau 3 *li* nördlich des Nordtors befindet sich ein Baum. Geht man vom Südtor genau 9 *li* nach Osten, so kann man den Baum gerade sehen. Welchen Durchmesser x hat die Stadt? (Abb. 2.4). Chiu-shao stellte für den Durchmesser x eine Gleichung 5. Grades auf.

$$x^5 + 15x^4 + 72x^3 - 864x^2 - 11664x = 34992$$

Genau genommen erhielt er eine Gleichung 10. Grades, da er den Durchmesser gleich x^2 setzte.

⁴Swetz, F. J.: The Sea Island Mathematical Manual. Pennsylvania State University Press (1992).

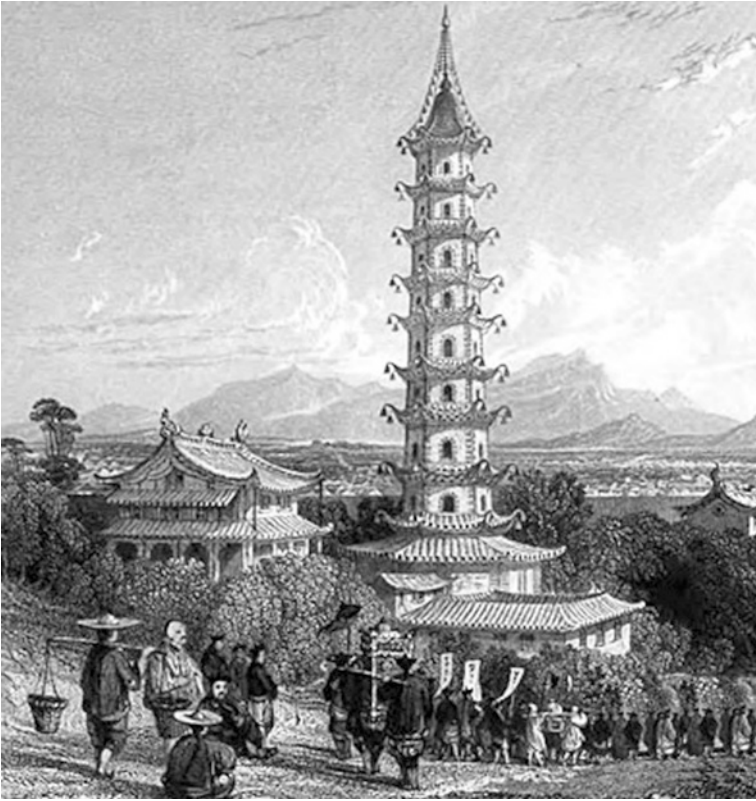
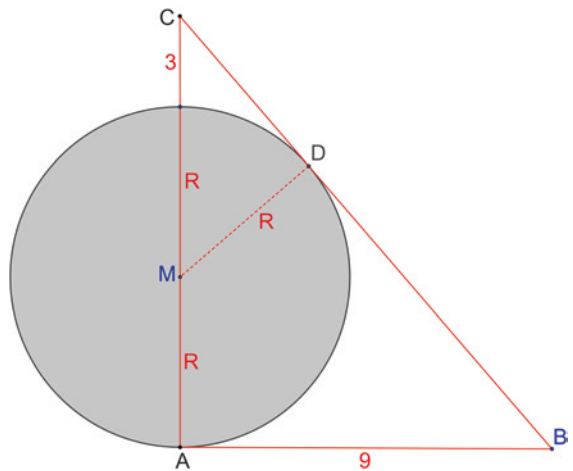


Abb. 2.3 Porzellanturm in den kaiserlichen Gärten. (Gemeinfrei)

Abb. 2.4 Vermessung einer runden Stadt



Li Rui (1773–1817), der in seinem Werk *Spiegel der Messungen* die Aufgabe später kommentierte, gab dafür die quartische Gleichung an:

$$x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 972x = 2916$$

Es ist leicht, für den Durchmesser eine kubische Gleichung anzugeben. Es gilt $|BD| = |AB| = 9$, da beide Strecken Tangentenabschnitte von B an den Kreis sind. Setzt man $|CD| = x$, so gilt im $\triangle MDC$ nach Pythagoras

$$(R + 3)^2 = R^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 6R + 9$$

Wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke $\triangle MDC \sim \triangle ABC$ folgt

$$\frac{|MC|}{|BC|} = \frac{|MD|}{|AB|} \Rightarrow \frac{R + 3}{x + 9} = \frac{R}{9} \Rightarrow x = \frac{27}{R}$$

Einsetzen in die erste Gleichung ergibt

$$\frac{729}{R^2} = 6R + 9 \Rightarrow 2R^3 + 3R^2 = 243$$

Lösung der kubischen Gleichung ist $R = \frac{9}{2}$; der gesuchte Durchmesser der Stadt beträgt somit $2R = 9li$. Da die oben genannte Gleichung 4. Grades ist, muss sie noch eine weitere reelle Wurzel haben; diese ist $x = -3$ und daher zu verwerfen.

2. Vermessung eines kreisförmigen gegnerischen Lagers

Betrachtet wird eine kreisförmige Stadt von unbekanntem Radius R . Ein Baum A steht genau 135 *bu* südlich vom Südtor (S). Diesen Baum sieht man gerade, wenn man vom Nordtor (N) 15 *bu* nach Norden und dann 208 *bu* nach Osten geht. Welchen Radius hat die Stadt? (Abb. 2.5).

Die Dreiecke $\triangle ABC$ und $\triangle ADM$ sind ähnlich, da sie in zwei Winkeln übereinstimmen. Somit gilt

$$\frac{|AM|}{|AB|} = \frac{R}{|BC|} \Rightarrow |AB| = \frac{208(R + 135)}{R}$$

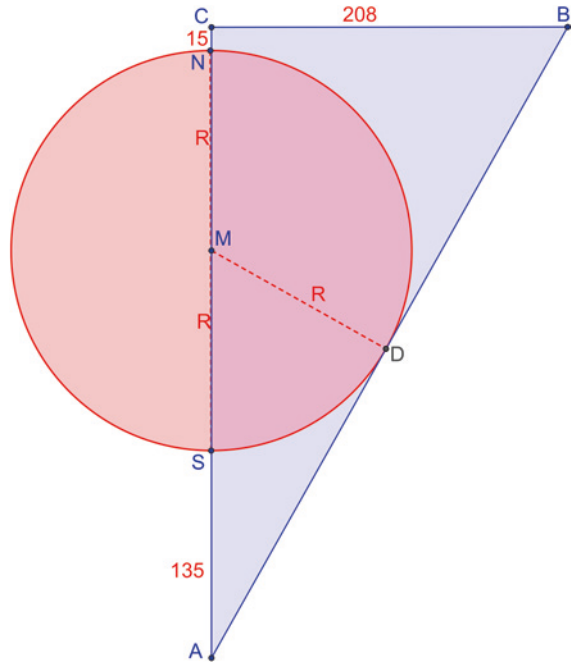
Nach dem Satz des Pythagoras (chinesisch *gou-gu*) gilt

$$\begin{aligned} |AB|^2 &= |AC|^2 + |BC|^2 \Rightarrow \\ |AB|^2 &= (|AC| - |BC|)^2 + 2|AC||BC| \end{aligned}$$

Einsetzen zeigt

$$\left[\frac{208(R + 135)}{R} \right]^2 = (150 + 2R - 208)^2 + 2(150 + 2R) \cdot 208$$

Abb. 2.5 Vermessung eines kreisförmigen Lagers



Mit der Variablen $x = R$ ergibt sich die quartische Gleichung

$$x^4 + 150x^3 + 5625x^2 - 2920320x = 197121600$$

Die Gleichung hat eine ganzzahlige Lösung $x = 120$; wie Liu Hui dieses Ergebnis erhalten hat, ist nicht bekannt. Da komplexe Lösungen immer paarweise auftreten, muss es eine zweite (reelle) Lösung geben; diese liegt bei $x = -67,410 \dots$ und ist zu verwerfen. Die Lösung einer solchen Gleichung 4. Grades ist ein Höhepunkt der chinesischen Mathematik des 13. Jahrhunderts.

3. Vermessung einer Pagode

Aufgrund der Ähnlichkeit von Dreiecken gilt (Abb. 2.6)

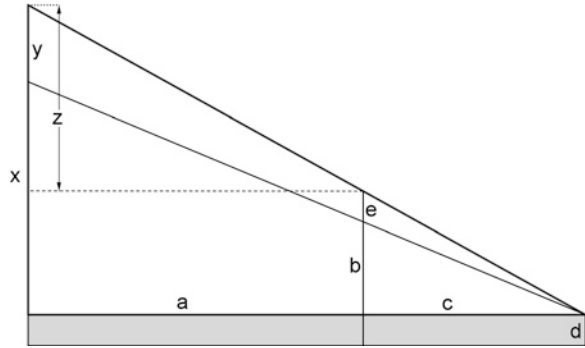
$$\frac{c}{b-d} = \frac{a+c}{x-d} \Rightarrow c(x-d) = (a+c)(b-d)$$

$$\frac{c}{a+c} = \frac{(b-d)-e}{(x-d)-y}$$

Umformen ergibt

$$c[(x-d)-y] = (a+c)[(b-d)-e] \Rightarrow c(x-d) - cy = (a+c)(b-d) - (a+c)e$$

Abb. 2.6 Vermessung einer Pagode



Einsetzen und Vereinfachen liefert die gesuchte Dachhöhe

$$(a + c)(b - d) - cy = (a + c)(b - d) - (a + c)e \Rightarrow y = \frac{(a + c)e}{c}$$

4. Vermessung einer Flussbreite

Wegen der Ähnlichkeit der $\triangle DEG$ bzw. $\triangle DAC$ und gilt $\triangle DEF$ bzw. $\triangle DAB$ (Abb. 2.7)

$$\frac{|DE|}{|DA|} = \frac{|EG|}{|AC|} \quad \therefore \frac{|DE|}{|DA|} = \frac{|EF|}{|AB|} \Rightarrow \frac{|EF|}{|AB|} = \frac{|EG|}{|AC|}$$

Daraus folgt

$$\frac{|EG| - |EF|}{|AC| - |AB|} = \frac{|EG|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|DA|} \Rightarrow |FG| = |BC| \frac{|DE|}{|DA|}$$

Mit den Messwerten $|BC| = 3,4$; $|DE| = 35$; $|DA| = 0,5$ folgt die Flussbreite zu $|FG| = x = 238$.

2.3 Aus dem Buch *Chiu Chang Suan Shu* (Jiu Zhang Suan Shu)

Das Buch wurde während der frühen Han-Zeit (202 v. Chr. bis 9 n. Chr.) von *Chang Ts'ang* (165–142 v. Chr.) nach alten Vorlagen verfasst und wurde von *Keng Shu Ch'ang* (79–49 v. Chr.) ergänzt. Der Mathematiker *Yang Hui* der späteren Sungzeit (1238–1275) machte das Werk vollends populär. Es wurde im Jahr 1084 erstmals im Blockdruck gedruckt. Es handelt sich nicht nur um das älteste chinesische Rechenbuch, sondern auch um das älteste gedruckte Mathematikbuch überhaupt. Es diente jahrhundertlang als Lehrbuch für Verwaltungsbeamte. Abb. 2.8 zeigt eine Seite aus diesem Buch.

Die Bedeutung des Werks liegt darin, dass es mathematische Verfahren enthält, die erst viel später im Westen neu- bzw. wiederentdeckt wurden, wie das Horner-Schema, elementare Zeilenumformungen für Gleichungssysteme und die zweifache *Regula Falsi*.

Die neun Bücher umfassen 246 Aufgaben und sind nach Sachgebieten geordnet:



<http://www.springer.com/978-3-662-50289-1>

Mathematik im Mittelalter

Die Geschichte der Mathematik des Abendlands mit
ihren Quellen in China, Indien und im Islam

Herrmann, D.

2016, XV, 443 S. 160 Abb., 130 Abb. in Farbe.,

Softcover

ISBN: 978-3-662-50289-1